GEIPI-POLYTECH-QCM-VF-9-3_4R ©EXATECH

concours Geipi Polytech

Nom de famille : (Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Candidat :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

CONSIGNE DE REMPLISSAGE : Remplir les cases à cocher avec un stylo bille **NOIR** - Ne pas utiliser de **CORRECTEUR.**

Cocher les cases : ☒

Ne pas entourer les cases :

Pour **MODIFIER** votre **1ère réponse (Q)**, ne raturez pas, mais indiquez l'ENSEMBLE votre nouvelle réponse sur la **ligne de repentance (R)**

1		A	B	C
Q	V	X	X	X
	F			
R	V	X		X
	F		X	

ou

1		A	B	C	D
Q	V	X	X	X	X
	F				
R	V	X		X	X
	F		X		

Mathématiques QCM

1		A	B	C	D
Q	V	X			X
	F		X	X	
R	V				
	F				

2		A	B	C
Q	V		X	
	F	X		X
R	V			
	F			

3		A	B	C	D
Q	V				
	F	X	X	X	X
R	V				
	F				

4		A	B	C	D
Q	V		X	X	
	F	X			X
R	V				
	F				

5		A	B	C
Q	V	X		X
	F		X	
R	V			
	F			

6		A	B	C	D
Q	V				X
	F	X	X	X	
R	V				
	F				

7		A	B	C	D
Q	V	X	X		
	F			X	X
R	V				
	F				

8		A	B	C
Q	V	X	X	
	F			X
R	V			
	F			

9		A	B	C	D
Q	V		X		X
	F	X		X	
R	V				
	F				

GEIPI-POLYTECH v1 ©EXATECH

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Candidat :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)

CONSIGNES
- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) ; éviter le stylo plume à encre noire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

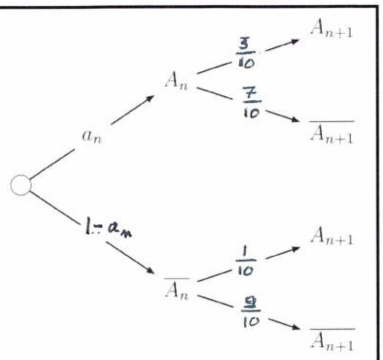
concours Geipi Polytech

Document réponse de : ☐ ☐ PHYS ☐ SVT ☐ NSI ☐ SI ☒ MATHS

REPONSES A L'EXERCICE I de Mathématiques Spécialité

I-1- $a_1 = \frac{1}{5}$

I-2-



I-3- $P(A_{n+1} \cap A_n) = \frac{3}{10} a_n$

$P(A_{n+1} \cap \overline{A_n}) = \frac{1}{10} - \frac{1}{10} a_n$

I-4- $a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n + \frac{1}{10}$. En effet : Soit $n \in \mathbb{N}^*$, $\{A_n ; \overline{A_n}\}$ forme un système complet d'évènements, d'après la loi des probabilités totales :

$a_{n+1} = P(A_{n+1}) = P(A_n \cap A_{n+1}) + P(\overline{A_n} \cap A_{n+1})$

$= 0,3\, a_n + 0,1 - 0,1\, a_n$

$= 0,2\, a_n + 0,1 = \frac{1}{5} a_n + \frac{1}{10}$

I-5-a- $u_1 = a_1 - \frac{1}{8} = \frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{8}{40} - \frac{5}{40} = \frac{3}{40}$

I-5-b- La suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$

En effet : $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$u_{n+1} = a_{n+1} - \frac{1}{8} = \frac{1}{5} a_n + \frac{1}{10} - \frac{1}{8} = \frac{1}{5} a_n + \frac{4}{40} - \frac{5}{40} = \frac{1}{5} a_n - \frac{1}{40} = \frac{1}{5} a_n - \frac{1}{5} \times \frac{1}{8}$

$\Leftrightarrow u_{n+1} = \frac{1}{5}\left(a_n - \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{5} u_n$

I-6-a- Pour tout entier naturel n non nul, $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{3}{40} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{3}{8} \times \left(\frac{1}{5}\right)^n = \frac{3}{8 \times 5^n}$

I-6-b- Pour tout entier naturel n non nul, $a_n = \frac{3}{8\times 5^n} + \frac{1}{8}$. En effet :

$\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = a_n - \frac{1}{8} \Leftrightarrow a_n = u_n + \frac{1}{8} = \frac{3}{8 \times 5^n} + \frac{1}{8}$ (d'après I-6-a)

I-7- La suite $(a_n)_{n\geq 1}$ est convergente de limite $l = \frac{1}{8}$

En effet : $q > 1 \Rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$ d'où $\lim\limits_{n\to+\infty} 5^n = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{5^n} = 0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \frac{3}{8} \times 0 + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

I-8-a- Pour tout entier naturel n non nul, $a_n > \frac{1}{8}$.

En effet : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\left(\frac{1}{5}\right)^n > 0 \Rightarrow \frac{3}{8 \times 5^n} > 0 \Rightarrow u_n > 0 \Rightarrow a_n - \frac{1}{8} > 0 \Rightarrow a_n > \frac{1}{8}$

I-8-b- $n_0 = 7$

En effet : $a_n - \frac{1}{8} \leqslant 10^{-5} \Leftrightarrow \frac{3}{8} \times \frac{1}{5^n} \leqslant 10^{-5} \Leftrightarrow 5^n \geqslant \frac{3}{8} \times 10^5$ car $5^n > 0$ et $10^{-5} > 0$

$\Leftrightarrow 5^n \geqslant 37500 \underset{\text{car } \ln \nearrow \text{ sur } \mathbb{R}_+^*}{\Leftrightarrow} n \ln 5 \geqslant \ln 37500 \underset{\text{car } \ln 5 > 0}{\Leftrightarrow} n \geqslant \frac{\ln 37500}{\ln 5}$ or $\frac{\ln 37500}{\ln 5} \simeq 6,54$ et on veut $n \in \mathbb{N}^*$

REPONSES A L'EXERCICE II de Mathématiques Spécialité

II-1- L'ensemble des solutions de l'équation $X^2 - 4X + 2 = 0$ est $\{2-\sqrt{2}\ ;\ 2+\sqrt{2}\}$

En effet : $\Delta = (-4)^2 - 4\times 1\times 2 = 16 - 8 = 8 > 0$ donc deux solutions réelles

$X_1 = \frac{-(-4)-\sqrt{8}}{2\times 1} = \frac{4-2\sqrt{2}}{2} = 2-\sqrt{2}$ et $X_2 = \frac{-(-4)+\sqrt{8}}{2\times 1} = \frac{4+2\sqrt{2}}{2} = 2+\sqrt{2}$

II-2- $J(2\ ;\ 1\ ;\ -\sqrt{3})$ $L(2\ ;\ 1\ ;\ \sqrt{3})$ **II-3-a-** $\lambda = \frac{a}{4}$

II-3-b-	A) segment $[AE]$	B) droite (AE)	C) cercle de diamètre $[AE]$	D) plan de vecteur normal $\overrightarrow{AE}$

II-4- $IJ^2 = (2-a)^2 + 1^2 + (-\sqrt{3})^2 = (2-a)^2 + 4$ $IL^2 = (2-a)^2 + 1^2 + \sqrt{3}^2 = (2-a)^2 + 4$

II-5-a- $m = 1$ $n = -4$ $p = 2$

En effet : $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{IL} = (2-a)^2 + 1^2 + (-\sqrt{3})\times\sqrt{3} = 2^2 - 4a + a^2 + 1 - 3 = a^2 - 4a + 2$

II-5-b- Les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IL}$ sont orthogonaux si et seulement si $a \in \{2-\sqrt{2}\ ;\ 2+\sqrt{2}\}$

II-6-a- Les points I, J et L définissent un plan. En effet : $a = 2+\sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{IL}$

De plus, $\overrightarrow{IJ} \neq \vec{0}$ et $\overrightarrow{IL} \neq \vec{0}$ Donc $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IL}$ ne sont pas colinéaires, d'où I, J et K ne sont pas alignés

II-6-b- Le vecteur $\vec{n}\,(1\ ;\ \sqrt{2}\ ;0)$ est normal au plan (IJL). En effet :

$$\begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{IJ} = 1\times(-\sqrt{2}) + \sqrt{2}\times 1 + 0\times(-\sqrt{3}) = -\sqrt{2}+\sqrt{2}+0 = 0 \text{ donc } \vec{n}\perp\overrightarrow{IJ} \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{IL} = 1\times(-\sqrt{2}) + \sqrt{2}\times 1 + 0\times\sqrt{3} = -\sqrt{2}+\sqrt{2}+0 = 0 \text{ donc } \vec{n}\perp\overrightarrow{IL} \end{cases}$$

$\vec{n}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IL}$ non colinéaires qui dirigent (IJL), donc $\vec{n}$ est normal à (IJL)

II-6-c- Une équation cartésienne du plan (IJL) est $x + \sqrt{2}y - 2 - \sqrt{2} = 0$

En effet : $M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in (IJL) \iff \vec{n}\cdot\overrightarrow{IM} = 0 \iff 1\times(x-(2+\sqrt{2})) + \sqrt{2}(y-0) + 0\times(z-0) = 0$

$\iff x - 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2}\cdot y + 0 = 0$

$\iff x + \sqrt{2}y - 2 - \sqrt{2} = 0$

II-7- Une représentation paramétrique de la droite (CG) est $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

II-8- $K(2-\sqrt{2}\ ;\ 2\ ;\ 0)$. En effet :

$(CG)\cap(IJL) : \begin{cases} x + \sqrt{2}y - 2 - \sqrt{2} = 0 \\ x = t \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} t + 2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} = 0 \\ x = t \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} t = 2-\sqrt{2} \\ x = 2-\sqrt{2} \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$

II-9- Le quadrilatère $IJKL$ est un carré