NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE I

HP

I-A-1-	Loi suivie par T et paramètre de cette loi :			
I-A-2-a-	$P_1 =$	$P_1 \simeq$		en effet :
I-A-2-b-	$P_2 =$	$P_2 \simeq$		
I-A-3-	$P_3 =$	$P_3 \simeq$		en effet :
I-A-4-	$m_0 =$			
I-B-1-	Loi suivie par X et paramètres de cette loi : $\mathcal{B}(20;\ 0{,}1)$ loi Binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0{,}1$			
I-B-2-	$P_4 \simeq 0{,}1901$	I-B-3-	$P_5 \simeq 0{,}6083$	
I-C-1-	$P_6 \simeq$	I-C-2-	$P_7 \simeq$	
I-C-3-	$P_8 \simeq$			

HP

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE II

II-1-a $\lim_{x \to +\infty} f_n(x) = 0^+$

II-1-b- Δ : $y = 0$

II-2-a- Pour tout $x \geq 0$, $f_n'(x) = n\, e^{-n x}\,(1 - n x)$ en effet : $(u \cdot v)' = u'v + uv'$

$\forall x \in \mathbb{R}_+,\ f_n'(x) = (n \times 1)\, e^{-nx} + n . x . (-n) . e^{-nx} = n e^{-nx} - n e^{-nx} \times n x$
$= n . e^{-nx} (1 - n x)$

II-2-b-

x	0		$1/n$		$+\infty$
$f_n'(x)$		$+$	0	$-$	
$f_n(x)$	0	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

II-2-c- $M_n\left(\frac{1}{n}\ ;\ \frac{1}{e}\right)$

II-3-a- Pour tout $x \geq 0$, $f_2(x) - f_1(x) = x\, e^{-2x}\,(2 - e^x)$ en effet :

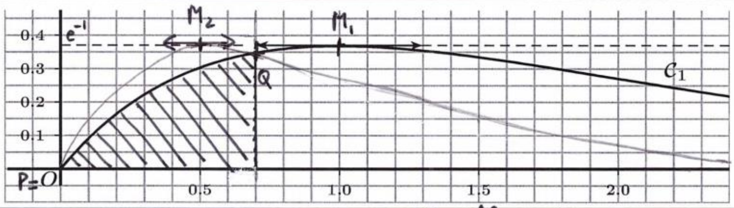
$\forall x \in \mathbb{R}_+,\ f_2(x) - f_1(x) = 2x e^{-2x} - x e^{-x} = 2x e^{-2x} - x e^{-2x} . e^{x} = x e^{-2x} (2 - e^{x})$

II-3-b- $p = 0$ $q = \ln 2$ $q \simeq 0{,}7$

II-3-c-

x	0		$\ln 2$		$+\infty$
Signe de $f_2(x) - f_1(x)$	0	$+$	0	$-$	
Position relative de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$	(P)	$\mathcal{C}_2$ au-dessus de $\mathcal{C}_1$	(Q)	$\mathcal{C}_2$ en dessous de $\mathcal{C}_1$	

II-4-



II-5-a- F est une primitive de f_1 en effet : F dérivable sur $\mathbb{R}_+$

$\forall x \in \mathbb{R}_+,\ F'(x) = -1 . e^{-x} + \left(-(x+1).(-e^{-x})\right) = \cancel{-e^{-x}} + x . e^{-x} \cancel{+ e^{-x}} = x e^{-x}$
$= f_1(x)$

II-5-b- Utiliser la figure de la question II-4-

II-5-c- $\mathcal{A} = \frac{1}{2}\,(1 - \ln 2)$ en effet :

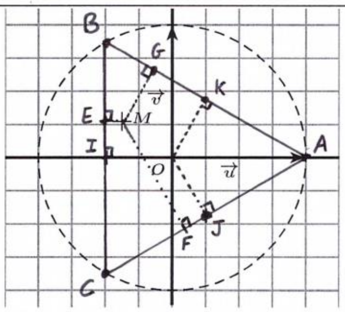
$\mathcal{A} = \int_0^{\ln 2} f_1(x) . dx = [F(x)]_0^{\ln 2} = F(\ln 2) - F(0) = -(1 + \ln 2) . e^{-\ln 2} - (-(1+0) e^{-0})$

$= (-1 - \ln 2) e^{\ln \frac{1}{2}} - (-1) = \frac{1}{2}(-1 - \ln 2) + 1 = \frac{1}{2}(-1 - \ln 2) + \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2}(1 - \ln 2)$

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE III

III-A-1-



III-A-2- $z_C = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

III-A-3-a- $|z_B - z_A| = \sqrt{3}$

En effet : $z_B - z_A = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$|z_B - z_A| = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$

III-A-3-b- $|z_C - z_A| = \sqrt{3}$ $\qquad |z_C - z_B| = \sqrt{3}$

III-A-3-c- Nature du triangle ABC : ABC est équilatéral

III-B-1- Utiliser la figure de **III-A-1-**.

III-B-2-a- J est le milieu de $[AC]$ en effet : On a $OA = |z_A| = 1$ et $OC = |z_C| = 1$

Donc OAC est isocèle en O. Comme J est le projeté orthogonal de O sur (AC), (OJ) est hauteur, mais aussi médiatrice issue du sommet principal. Donc $JC = JA$

III-B-2-b- $z_J = \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\qquad |z_J| = \frac{1}{2}$

III-B-2-c- $z_I = -\frac{1}{2}$ $\qquad z_K = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\qquad |z_I| = \frac{1}{2}$ $\qquad |z_K| = \frac{1}{2}$

III-B-3- $L_O = \frac{3}{2}$ en effet : $L_O = |z_I| + |z_J| + |z_K| = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

III-C-1- Utiliser la figure de **III-A-1-**.

III-C-2-a- $\mathcal{A}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} . ME$

III-C-2-b- Relation liant $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$ et $\mathcal{A}$: $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3$

III-C-2-c- $\mathcal{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} L_M$ en effet : $\mathcal{A}_2 = \frac{AC.MF}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} MF$ et $\mathcal{A}_3 = \frac{AB.MG}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} MG$

Puis $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} ME + \frac{\sqrt{3}}{2} MF + \frac{\sqrt{3}}{2} MG = \frac{\sqrt{3}}{2}(ME + MF + MG) = \frac{\sqrt{3}}{2} L_M$

III-C-3- $L_M = \frac{3}{2}$ en effet :

En choisissant $M = O$ (origine du repère), on a : $L_M = L_O = \frac{3}{2}$

NE RIEN INSCRIRE ICI

REPONSES A L'EXERCICE IV

IV-1- $x_E = -1$ $\quad y_E = -1$ $\quad z_E = 0$ $\quad$ en effet :

$\mathcal{P} \cap \Delta : \begin{cases} x+2y+z+3=0 \\ x=-3+2t \\ y=-6+5t \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \cancel{-3}+2t+2(-6+5t)+0+\cancel{3}=0 \Rightarrow t=1$ Puis $\begin{cases} x_E=-3+2\times 1=-1 \\ y_E=-6+5\times 1=-1 \\ z_E=0 \end{cases}$

IV-2-a- la droite (CD) est incluse dans le plan $\mathcal{P}$ $\quad$ en effet : $\begin{cases} C \in \mathcal{P} \\ D \in \mathcal{P} \end{cases} \Rightarrow (CD) \subset \mathcal{P}$

On a $C = E \in \mathcal{P}$ et $x_D+2y_D+z_D+3 = 1-6+2+3=0$ donc $D \in \mathcal{P}$ d'où $(CD) \subset \mathcal{P}$

IV-2-b- $x_B = 1$ $\quad y_B = 4$ $\quad z_B = 0$ $\quad$ en effet :

$ABCD$ pry $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B-x_A=x_C-x_D \\ y_B-y_A=y_C-y_D \\ z_B-z_A=z_C-z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=-1-1+3=1 \\ y_B=-1+3+2=4 \\ z_B=0-2+2=0 \end{cases}$

IV-2-c- B appartient à la droite Δ $\quad$ en effet :

$B\begin{pmatrix}1\\4\\0\end{pmatrix} \in \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} -3+2t=1 \\ -6+5t=4 \\ 0=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t=4 \\ 5t=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=2 \end{cases}$ compatible

Donc $B \in \Delta$, il s'agit du pt de paramètre 2

IV-3-a- $\vec{u}\ (1\ ;\ -1\ ;\ 1)$

IV-3-b- $(CD) : \begin{cases} x = -1+t \\ y = -1-t \\ z = t \end{cases}$ $\quad$ avec $t \in \mathbb{R}$.

IV-3-c- $x_H = 0$ $\quad y_H = -2$ $\quad z_H = 1$ $\quad$ en effet :

$H \in (CD) \Leftrightarrow \begin{cases} x_H=-1+t_H \\ y_H=-1-t_H \\ z_H=t_H \end{cases}$

$(AH) \perp (CD) \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}=0$
$\Leftrightarrow 1.(t_H-4)+(-1)(-t_H-3)+1\times(t_H-2)=0$
$\Leftrightarrow 3t_H-3=0$
$\Leftrightarrow t_H=1$

$\begin{cases} x_H=-1+t_H=-1+1=0 \\ y_H=-1-t_H=-1-1=-2 \\ z_H=t_H=1 \end{cases}$

IV-4- $\mathcal{A} = 2\sqrt{78}$ u.a. $\quad$ en effet : H est le projeté orth. de A sur (CD)

On a $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-3\\-4\\-1\end{pmatrix}$ puis dans le R.O.N :

$CD = \|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{2^2+(-2)^2+2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$AH = \|\overrightarrow{AH}\| = \sqrt{(-3)^2+(-4)^2+(-1)^2} = \sqrt{26}$

D'où $\mathcal{A} = CD \cdot AH$
$= 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{26}$
$= 2\sqrt{78}$ u.a.