

Mathsapiens.fr



Diplôme National du Brevet

Session 2027

Sujet zéro - A

octobre 2026

Partie 1

Automatismes

(20 minutes sans calculatrice)

Partie I : Automatismes

$$1) A = \frac{7}{20}$$

$$A = \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} - \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{12}{20} - \frac{5}{20} = \frac{7}{20}$$

$$2) B = 260,21$$

$$B = 3,1 \times 10^2 - 5 \times 10 + 2,1 \times 10^{-1} = 3,1 \times 100 - 50 + 2,1 \times 0,1 = 310 - 50 + 0,21 = 260,21$$

$$3) 13$$

$$(5 + 2\sqrt{3})(5 - 2\sqrt{3}) \underset{3^e \text{ Id. Rem}}{=} 5^2 - (2\sqrt{3})^2 = 25 - 2^2 \times \sqrt{3}^2 = 25 - 4 \times 3 = 25 - 12 = 13$$

$$4) 1 + \frac{3}{100} < 1,25 < 1,3 < \frac{7}{4}$$

$$1 + \frac{3}{100} = 1 + 0,03 = 1,03 \quad ; \quad 1,3 = 1,30 \quad ; \quad \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} = 1,75$$

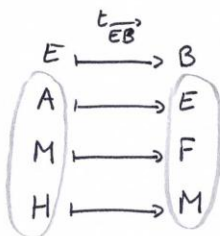
$$5) \text{ l'équation a pour unique solution } x = 9$$

$$3x - 2 = 25 \quad \text{ssi} \quad 3x = 25 + 2 \quad \text{ssi} \quad 3x = 27 \quad \text{ssi} \quad x = \frac{27}{3} \quad \text{ssi} \quad x = 9$$

$$6) -5a - 13$$

$$3a - 1 - 4(2a + 3) = 3a - 1 - 8a - 4 \times 3 = -5a - 1 - 12 = -5a - 13$$

$$7) \text{ Le triangle EFM}$$



$$8) \quad AE = 30 \text{ cm}$$

(DC) et (EB) sont sécantes en A, et (DE) // (CB)

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE} = \frac{CB}{DE}$

$$\text{D'où } AE = \frac{AB \times DE}{CB} = \frac{6 \times \overset{5}{15}}{\underset{1}{3}} = 6 \times 5 = 30 \text{ cm}$$

Rem : Lors de cet exercice d'automatisme sans rédaction, on peut directement calculer le rapport d'agrandissement $k = \frac{DE}{CB} = \frac{15}{3} = 5$
 Puis $AE = k \times AB = 5 \times 6 = 30 \text{ cm}$

$$9) \quad 18 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{final}} &= P_{\text{initial}} + \text{Augmentation} \\ &= 15 + \frac{20}{100} \times 15 \\ &= 15 + 0,2 \times 15 \\ &= 15 + 2 \times 1,5 \\ &= 15 + 3 \\ &= 18 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\textcircled{ou} \quad P_{\text{final}} = 1,2 \times P_{\text{initial}} = 1,2 \times 15 = 18 \text{ €}$$

Partie 2

Raisonnement et résolution de
problèmes

(1h40 avec calculatrice)

Partie II : Résolution de problèmesEx1:

1). On calcule le salaire moyen des 10 femmes:

$$\begin{aligned}\bar{M}_{\text{femmes}} &= \frac{1}{10} \times (1500 + 1530 + 1550 + 1600 + 1650 + 1700 + 1800 + 2000 + 3000 + 3500) \\ &= \frac{1}{10} \times 19830 \\ &= 1983 \text{ €}\end{aligned}$$

. On lit directement dans l'énoncé le salaire moyen des hommes:

$$\bar{M}_{\text{hommes}} = 2076 \text{ €}$$

. On a ainsi $\bar{M}_{\text{hommes}} > \bar{M}_{\text{femmes}}$

i.e. le salaire moyen des hommes est supérieur à celui des femmes.

2). Le salaire de 1480 € n'apparaît pas dans la liste des salaires des femmes.

Il s'agit donc du salaire d'un homme.

Puis parmi les salaires des hommes, on a :

$$\text{étendue}_{\text{hommes}} = \text{salaire max}_{\text{hommes}} - \text{salaire min}_{\text{hommes}}$$

$$\begin{aligned}\text{D'où } \text{salaire max}_{\text{hommes}} &= \text{étendue}_{\text{hommes}} + \text{salaire min}_{\text{hommes}} \\ &= 2400 + 1480 \\ &= 3880 \text{ €}\end{aligned}$$

. On lit dans l'énoncé que le salaire maximal d'une femme est de 3500 € < 3880 €

Donc le salaire le plus élevé de l'entreprise est de 3880 €

3) • Deux femmes gagnent plus de 2200 € (3000 € et 3500 €)

• Chez les hommes, la médiane des 20 salaires est de 2200 €.

De plus, on sait que les salaires des hommes sont tous différents.

Comme l'effectif est pair, ceci signifie que la médiane (2200 €) n'est pas une valeur de la série de données.

La médiane coupant une série de données en 2 populations de taille égale classées par ordre croissant des valeurs (ici les salaires), on en déduit que 10 hommes ($20 \div 2$) touchent un salaire supérieur à la médiane (2200 €).

• Conclusion: Dans cette entreprise, $10 + 2 = 12$ personnes gagnent plus de 2200 €.

Ex 2:

1) On lit directement sur la représentation graphique que: $x_A = 7$ et $y_A = 210$

D'où on a: $A(7; 210)$

2) g est une fonction affine: $g(x) = 10x + 60$

Elle est donc représentée graphiquement par une droite qui passe par le point de coordonnées $(0; 60)$ correspondant à $(0; g(0))$, appelé ordonnée à l'origine.

Ainsi, g est représentée graphiquement par C_1

3) a) Le point de C_1 qui a pour abscisse $x = 12$ a pour ordonnée $y = 180$

On a ainsi graphiquement: $g(12) = 180$

b) $g(12) = 10 \times 12 + 60 = 120 + 60 = 180$

4) . Méthode graphique:

On lit l'abscisse x du point de C_1 qui a pour ordonnée $y = 150$

On trouve $x = 9$

. Méthode calculatoire (plus longue mais plus précise):

$$\begin{array}{ll} \text{On résout: } g(x) = 150 & \text{ssi } 10x + 60 = 150 \\ & \text{ssi } 10x = 150 - 60 \\ & \text{ssi } 10x = 90 \\ & \text{ssi } x = \frac{90}{10} \\ & \text{ssi } x = 9 \end{array}$$

L'antécédent de 150 par g est 9

- 5) C_1 est associée au tarif N d'après la question 2)
 C_2 est associée au tarif P car C_2 est horizontale à partir de $x = 7$

6) Voir annexe

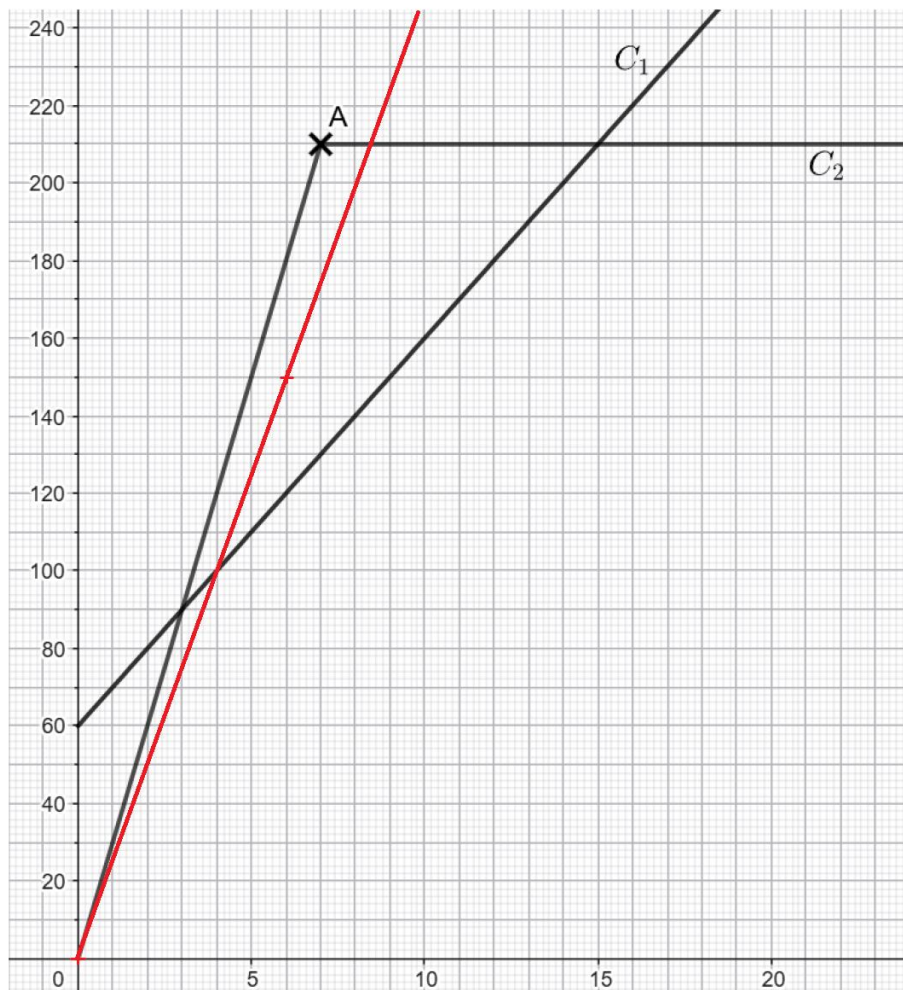
E_f passe par l'origine $O(0;0)$ car f est linéaire.

Pour plus de précision, on choisit un x pair comme par exemple $x = 6$

Puis $f(x) = 25x$ donc $f(6) = 25 \times 6 = 150$

D'où E_f passe par le point de coordonnées $(6; 150)$.

Il suffit de relier ce point à $O(0;0)$ et de prolonger à droite pour obtenir E_f .



- 7) Un tarif est plus avantageux qu'un autre lorsque sa courbe représentative est située en dessous de celle de l'autre.
- On lit graphiquement ^{que le} tarif P est plus avantageux que le tarif N lors des deux premiers voyages (C_2 en dessous de C_1), puis que les deux tarifs sont équivalents pour 3 voyages (intersection de C_1 et C_2). Ensuite le tarif P devient moins intéressant (C_2 au-dessus de C_1) jusqu'à être de nouveau équivalent pour 15 voyages. C'est à partir de 16 voyages que le tarif P est définitivement plus avantageux que le tarif N.
 - On lit graphiquement que le tarif P devient plus avantageux que le tarif M à partir de 9 voyages (avec la même méthode que précédemment).
 - Conclusion: Le tarif P devient plus avantageux que les deux autres à partir de 16 voyages.

Ex 3:

1) On a : $MA = MB = MC = AB = 4$

Puis M est le milieu de $[BC]$ donc $BC = 2MB = 2 \times 4 = 8$

Dans le triangle ABC rectangle en A,

D'après le théorème de Pythagore,

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

D'où $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$$= 8^2 - 4^2$$

$$= 64 - 16$$

$$= 48$$

Donc $AC = \sqrt{48}$

Rem 1: $\sqrt{48}$ peut s'écrire
sous forme simplifiée $4\sqrt{3}$,
mais ce n'est pas au programme.

Rem 2: Il est demandé ici une
valeur exacte, donc il ne faut pas
donner de valeur approchée.

- 2) a) La hauteur issue de A dans le triangle ABM est la droite passant par A qui coupe perpendiculairement la droite (BM)

b) On a : $AM = AB = MB = 4$

Donc le triangle ABM est équilatéral de côté 4.

Ainsi, la hauteur (AH) coupe $[BM]$ en son milieu.

On a donc $HB = \frac{1}{2} MB = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

• Les points C, M, H et B étant alignés dans cet ordre, on a :

$$CH = CM + MH = 4 + HB = 4 + 2 = 6$$

$\xrightarrow{\quad}$
 $MH = HB$

3) Méthode 1:

Dans le triangle AMH rectangle en H

D'après le théorème de Pythagore,

$$AM^2 = AH^2 + MH^2$$

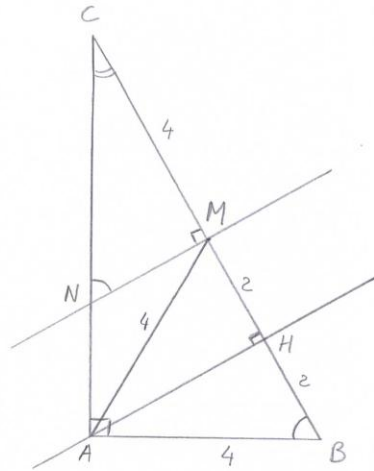
$$\text{D'où } AH^2 = AM^2 - MH^2$$

$$= 4^2 - 2^2$$

$$= 16 - 4$$

$$= 12$$

$$\text{Donc } AH = \sqrt{12}$$



Puis on a (AN) et (HM) sécantes en C

De plus, (MN) // (AB)

Donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{CN}{CA} = \frac{CM}{CH} = \frac{MN}{AH}$

$$\text{D'où } MN = \frac{AH \times CM}{CH} = \frac{\sqrt{12} \times 4}{6} = \frac{2\sqrt{12}}{3}$$

Rem: Ce résultat peut se simplifier en $MN = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (hors-programme)

• Méthode 2: (présentation succincte)

On a (MN) // (AB) et (AB) $\perp$ (BC), donc (MN) $\perp$ (BC) et ainsi MNC est rectangle en M

Puis on utilise Thalès $\frac{CM}{CH} = \frac{CN}{CA}$ pour obtenir $CN = \frac{CA \times CM}{CH} = \frac{4 \times 4}{6} = \frac{16}{3}$

Et enfin Pythagore: $MN^2 = CN^2 - CM^2 = \frac{16^2}{9} - 16 = \frac{16}{3}$, d'où $MN = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

• Méthode 3: (présentation succincte)

On a (MN) // (AB) et (AB) $\perp$ (BC), donc (MN) $\perp$ (BC) et ainsi MNC est rectangle en M.

Puis $\widehat{ABC} = \widehat{ABM} = 60^\circ$ car ABM est équilatéral, donc $\widehat{MCN} = 180 - 90 - 60 = 30^\circ$

Enfin, $\tan(\widehat{MCN}) = \frac{MN}{MC}$ d'où $MN = MC \times \tan(\widehat{MCN}) = 4 \times \tan(30^\circ) = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

4). On a $AB = AM = BM$ donc le triangle ABM est équilatéral.

Ainsi, on a $\widehat{ABM} = 60^\circ$

De plus, $C \in [BM)$, donc $\widehat{ABC} = \widehat{ABM} = 60^\circ$

• Le triangle ABC étant rectangle en A , les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$ sont complémentaires.

Ainsi, on a $\widehat{BCA} = 90 - \widehat{ABC} = 90 - 60 = 30^\circ$

• On a $(MN) \parallel (AH)$ et $(AH) \perp (BC)$

Donc $(MN) \perp (BC)$ et ainsi le triangle MNC est rectangle en M

Les angles $\widehat{MCN}$ et $\widehat{CNM}$ sont donc complémentaires, i.e. $\widehat{CNM} = 90 - \widehat{MCN}$

Or $M \in [CB]$ et $N \in [CA]$, donc $\widehat{MCN} = \widehat{BCA} = 30^\circ$

Ainsi, $\widehat{CNM} = 90 - \widehat{MCN} = 90 - 30 = 60^\circ = \widehat{ABC}$

• Conclusion: $\widehat{ABC} = \widehat{CNM}$