Ex 1 :

1) $\boxed{\text{ABC est un triangle rectangle en B}}$

Dans le triangle ABC, on a : $\begin{cases} AC^2 = 29^2 = 841 \\ AB^2 + BC^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841 \end{cases}$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B

2) $\boxed{f(x) = \frac{x}{2} + 1}$

On lit l'ordonnée à l'origine $f(0) = 1$

Donc $f(x) = m \times x + 1$, avec m coefficient directeur de la droite

Puis qd x augmente de 2, y augmente de 1, donc $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$

OU en notant $A(0;1)$ et $B(2;2)$, $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-1}{2-0} = \frac{1}{2}$

3) $\boxed{\text{Homothétie de centre O et de rapport } -2}$

En effet, le carré 2 est un agrandissement du carré 1, de l'autre côté par rapport à O.

4) $\boxed{\text{30 cL de jus de fruit de la passion}}$

Faisons un tableau de proportionnalité, en remarquant que $10 + 6 + 2 = 18$

cocktail	ananas	passion	citron
18	10	6	2
90	50	30	10

ananas : $\frac{90 \times 10}{18} = \frac{\cancel{9} \times \cancel{2} \times 5 \times 10}{\cancel{9} \times \cancel{2}} = 50$

passion : $\frac{90 \times 6}{18} = \frac{\cancel{9} \times 10 \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{9} \times \cancel{2}} = 30$

citron : $\frac{90 \times 2}{18} = \frac{\cancel{9} \times 10 \times \cancel{2}}{\cancel{9} \times \cancel{2}} = 10$

5) $\boxed{\text{24 sacs}}$

$408 = 2 \times 204 = 2^2 \times 102 = 2^3 \times 51 = 2^3 \times 3 \times 17$

$168 = 2 \times 84 = 2^2 \times 42 = 2^3 \times 21 = 2^3 \times 3 \times 7$

Le plus grand diviseur commun (PGCD) de 408 et 168 est : $PGCD(408; 168) = 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$

Ex 2 :

1) $\boxed{\text{5 éditions}}$ ont réellement coûté 10 milliards d'euros ou plus (2004 ; 2008 ; 2012 ; 2016 ; 2021)

2) Coût réel = coût prévisionnel + coût supplémentaire
= coût prévisionnel + (t × coût prévisionnel)
= (1 + t) × coût prévisionnel

Ainsi, $1+t = \dfrac{\text{coût réel}}{\text{coût prévisionnel}}$ d'où $t = \dfrac{\text{coût réel}}{\text{coût prévisionnel}} - 1$

Pour Rio en 2016, on a : $t = \dfrac{16,5}{9} - 1 = \dfrac{7,5}{9} \simeq 0,83 \; \boxed{\simeq 83\,\%}$

ou $t = \dfrac{\text{coût réel} - \text{coût prévisionnel}}{\text{coût prévisionnel}} = \dfrac{16,5-9}{9} = \dfrac{7,5}{9} \; \boxed{\simeq 83\,\%}$

Rem : l'énoncé est très mal formulé. En effet, arrondir $\frac{7,5}{9}$ à l'unité donne $\frac{7,5}{9} \simeq 1$ c'est-à-dire $t \simeq 100\,\%$. L'énoncé aurait dû stipuler "arrondi au pourcent près".

3) On calcule la moyenne des 8 coûts réels :

$$\overline{M} = \frac{9,3+2,3+5,5+10+31+11+16,5+12,1}{8} = \frac{97,7}{8} = 12,2125 \simeq 12,2$$

Le coût réel moyen entre 1992 et 2021 est bien $\boxed{\text{d'environ 12,2 milliards d'euros}}$

4) a) $\boxed{\text{C'est une erreur car le journaliste confond "moyenne" et "médiane".}}$
Quand bien même il y aurait la moitié des éditions qui auraient coûté plus de 12,2 milliards d'euros (ce qui n'est pas le cas ici), ce serait une erreur car le journaliste utilise "cela signifie..."

b) Soit x le coût prévisionnel des JO de Paris 2024.

On a : $\dfrac{3,5+1,8+3+5,3+2,6+4,8+9+13+x}{9} = 5,5$

ssi $\dfrac{43+x}{9} = 5,5$

ssi $43 + x = 5,5 \times 9$

ssi $x = 49,5 - 43$

ssi $x = 6,5$

$\boxed{\text{Le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 est donc de 6,5 milliards d'euros.}}$

Ex 3 :

1) a) Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore,

$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 15^2 + 27^2 = 225 + 729 = 954$

Puis $AB = \sqrt{954}$ $\boxed{\simeq 31\text{ m}}$

b) (DJ) et (EH) sont sécantes en F

De plus, $\begin{cases}(HJ) \perp (FE) \\ (ED) \perp (FE)\end{cases}$ donc $(HJ) // (DE)$

D'après le théorème de Thalès, $\dfrac{FJ}{FD} = \dfrac{FH}{FE} = \dfrac{HJ}{DE}$

D'où $FD = \dfrac{FE \times FJ}{FH} = \dfrac{18 \times 15}{7} = \dfrac{270}{7}$

Puis comme $J \in [DF]$, $JD = FD - FJ = \dfrac{270}{7} - 15 = \dfrac{165}{7}$ $\boxed{\simeq 24\text{ m}}$

c) $AB > JD$ donc **Jules est plus proche du bord de la piscine.**

2) On privilégie les valeurs exactes fournies par l'énoncé, donc on utilise la tangente :

Dans le triangle ABC rectangle en C, $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{15}{27} = \dfrac{5}{9}$

Puis $\widehat{ABC} = \tan^{-1}\left(\dfrac{5}{9}\right) \simeq 29° < 35°$

Donc **les gradins Nord respectent la norme.**

3) L'aire d'un panneau est de : $\mathcal{A}_{panneau} = 1 \times 1,7 = 1,7\text{ m}^2$

Puis il y a sur le toit : $\dfrac{\mathcal{A}_{recouverte}}{\mathcal{A}_{panneau}} = \dfrac{4678,4}{1,7} = 2752$ panneaux

L'énergie annuelle produite est donc de : $2752 \times 350 = \boxed{963\,200\text{ kWh}}$

4) $V_{eau} = L \times \ell \times P = 50 \times 25 \times 3 = 3750\text{ m}^3$

Il faut donc $9,3 \times V_{eau} = 9,3 \times 3750 = \boxed{34\,875\text{ kWh}}$ pour chauffer la piscine.

Ex4 :

1) Voir annexe

2) La valeur 15 apparait 2 fois et il y a 6 résultats possibles.
Donc la probabilité d'obtenir 15 comme résultat est de : $\frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$

3) Parmi les 6 possibilités, seules 2 ne sont pas des multiples de 3 (10 et 25).
La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est donc de : $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\boxed{\text{L'affirmation est donc vraie.}}$

4) Décomposons 165 et 78 en facteurs premiers :

$165 = 5 \times 33 = 3 \times 5 \times 11$

$78 = 2 \times 39 = 2 \times 3 \times 13$

Les nombres 2 ; 3 et 5 étant déjà présents, ce sont les nombres $\boxed{11 \text{ et } 13}$ qui ont été inscrits sur les boules de la 3e boîte.

Exercice 4, question 1.

1er tirage \ 2e tirage	3	5
5	15	25
2	6	10
3	9	15

$2 \times 5 = 10$

Ex 5 :

⇒ Partie A :

1) $f(x) = (x+2)^2 - x$ donc $f(-4) = (-4+2)^2 - (-4) = (-2)^2 + 4 = 4 + 4 = \boxed{8}$

2) $g(x) = 7x+4$ et on veut $g(x) = 3$ ssi $7x+4 = 3$ ssi $7x = -1$ ssi $x = -\frac{1}{7}$

L'unique antécédent de 3 par g est $\boxed{\frac{-1}{7}}$

⇒ Partie B :

1) a) En B3, on a saisi : $\boxed{= 7 * B1 + 4}$

b) Avec cette méthode, on trouve pour unique solution $\boxed{0}$

2) a) Voir annexe

b) Si on choisit 0, "image par f" prend la valeur $f(0) = (0+2)^2 - 0 = 2^2 = 4$

"image par g" prend la valeur $g(0) = 7 \times 0 + 4 = 4$

Ainsi, le script s'arrête à la ligne 6 et renvoie :

$\boxed{\text{" le nombre choisi est une solution de l'équation } f(x) = g(x) \text{ "}}$

c) On en déduit ainsi que $\boxed{0}$ est une solution de l'équation $f(x) = g(x)$

3) a) $f(x) = g(x)$ ssi $(x+2)^2 - x = 7x + 4$

ssi $x^2 + 4x \cancel{+4} - x - 7x \cancel{-4} = 0$

ssi $\boxed{x^2 - 4x = 0}$

b) $x^2 - 4x = x \times x - 4 \times x = \boxed{x(x-4)}$

c) $f(x) = g(x)$ ssi $x^2 - 4x = 0$ ssi $x(x-4) = 0$ ssi $x = 0$ ou $x - 4 = 0$

ssi $x = 0$ ou $x = 4$

Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont : $\boxed{0 \text{ et } 4}$

4) Paul et Jane n'ont pas vraiment résolu l'équation $f(x) = g(x)$ car ils ont testé quelques valeurs possibles alors qu'il y a une infinité de possibilités. Ils ont d'ailleurs tous les deux oublié la solution 4. Par contre, Morgane est la seule à avoir résolu l'équation car elle a étudié le cas général.

Exercice 5, question 2. a.