Ex 1 :

1) Chaque nombre entier entre 0 et 36 inclus apparaît une seule fois sur la roue. Il y a donc $\boxed{\text{37 nombres possibles.}}$

Par ailleurs, nous sommes en $\boxed{\text{situation d'équiprobabilité}}$ car la bille a la même probabilité de s'arrêter sur chaque numéro.

Comme $\boxed{\text{le numéro 7 n'apparaît qu'une seule fois}}$, on a une probabilité que la bille s'arrête sur le numéro 7 égale à $\frac{1}{37}$

2) Notons l'événement E : "la bille s'arrête sur une case à la fois noire et paire".

Il y a 10 issues qui réalisent E : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 et 28.

Donc $P(E) = \dfrac{\text{Nombre d'issues réalisant E}}{\text{Nombre total d'issues possibles}} = \boxed{\dfrac{10}{37}}$

3) ⓐ Notons F : "la bille s'arrête sur un numéro inférieur ou égal à 6"

Il y a 7 issues qui réalisent F : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6

Donc $P(F) = \dfrac{\text{Nombre d'issues réalisant F}}{\text{Nombre total d'issues possibles}} = \boxed{\dfrac{7}{37}}$

ⓑ Notons G : "la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7"

L'événement G est l'événement contraire de l'événement F : $G = \overline{F}$

Donc $P(G) = 1 - P(F) = 1 - \frac{7}{37} = \frac{37}{37} - \frac{7}{37} = \frac{37-7}{37} = \boxed{\frac{30}{37}}$

ⓒ On a $P(G) = \frac{30}{37} > \frac{30}{40}$ et $\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$

Donc $\boxed{\text{le joueur a raison : } P(G) > \frac{3}{4}}$

(ou) avec la calculatrice : $P(G) = \frac{30}{37} \simeq 0,81 > 0,75$ avec $0,75 = \frac{3}{4}$

Ex 2 :

1) ⓐ . On choisit : 5
. On prend le carré du nombre choisi : $5^2 = 25$
. On multiplie le résultat par 2 : $25 \times 2 = 50$
. On ajoute le double du nombre de départ : $50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60$
. On soustrait 4 au résultat : $60 - 4 = \boxed{56}$

ⓑ . On choisit : -9
. On affecte à "Résultat 1" : $-9 + 2 = -7$
. On affecte à "Résultat 2" : $-9 - 1 = -10$
. On calcule "Résultat 1" × "Résultat 2" : $-7 \times (-10) = \boxed{70}$

2) ⓐ Il s'agit de E_2 : $\boxed{(x+2) \times (x-1)}$
En effet, si x est le nombre choisi, on obtient $\begin{cases} \text{Résultat 1 : } x+2 \\ \text{Résultat 2 : } x-1 \end{cases}$

ⓑ . On choisit : x
. On prend son carré : x^2
. On multiplie par 2 : $2x^2$
. On ajoute $2x$: $2x^2 + 2x$
. On soustrait 4 : $\boxed{2x^2 + 2x - 4}$

3) On a d'une part pour le programme B :
$$(x+2)(x-1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$$

D'autre part, pour le programme A :
$$\begin{aligned} 2x^2 + 2x - 4 &= 2x^2 + 2x - 2 \times 2 \\ &= 2(x^2 + x - 2) \\ &= \boxed{2(x+2)(x-1)} \end{aligned}$$
d'après le calcul précédent

Ainsi, pour un même nombre choisi au départ, le programme A renverra toujours le double du programme B.

Ex 3 :

1) $[AB]$ est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon $4,5$ cm

Ainsi, $AB = 2 \times OA = 2 \times 4,5 = \boxed{9 \text{ cm}}$

2) Dans le triangle ABD, on a :

$$\begin{cases} AB^2 = 9^2 = 81 \\ AD^2 + BD^2 = 7,2^2 + 5,4^2 = 51,84 + 29,16 = 81 \end{cases}$$

⚠ Calculer séparément

On a $AB^2 = AD^2 + BD^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

$\boxed{\text{le triangle ABD est rectangle en D}}$

Rem : Le théorème du cercle circonscrit à un triangle permettait de répondre à cette question sans calcul : " Le triangle ABD est inscrit dans le cercle de diamètre [AB], donc le triangle ABD est rectangle en D "

3) On a : $\begin{cases} (DF) \text{ et } (BE) \text{ sécantes en } A \\ (BD) \,//\, (EF) \end{cases}$

Donc d'après le théorème de Thalès, $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{EF}{BD}$

Ainsi, on a $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AE}{AB}$ ssi $AF = \dfrac{AD \times AE}{AB} = \dfrac{7,2 \times 2,7}{9} = \boxed{2,16 \text{ cm}}$

4) ⓐ Le triangle ABD étant rectangle en D, on a :

$\mathcal{A}_{ABD} = \frac{1}{2} DA \times DB = \frac{1}{2} \times 7,2 \times 5,4 = \boxed{19,44 \text{ cm}^2}$

ⓑ $\mathcal{A}_{\mathcal{C}} = \pi \times OA^2 = \pi \times 4,5^2 = 20,25\pi \boxed{\simeq 63,62 \text{ cm}^2}$ (à 10^{-2} près)

5) $p = \dfrac{\mathcal{A}_{ABD}}{\mathcal{A}_{\mathcal{C}}} = \dfrac{19,44}{20,25\pi} = \dfrac{0,96}{\pi} \simeq 0,31$ (à 10^{-2} près)

Donc $\boxed{\mathcal{A}_{ABD} \text{ représente } \frac{96}{\pi} \% \text{ de } \mathcal{A}_{\mathcal{C}} \text{, soit environ } 31\%}$

Ex 4 :

$\boxed{1)\ A}$

$f(x) = 3x - 2$ donc $f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$

$\boxed{2)\ A}$

$(-5)^3 = (-1 \times 5)^3 = (-1)^3 \times 5^3 = -1 \times 125 = -125$

$\boxed{3)\ B}$

La translation $t_{\overrightarrow{CA}}$ correspond à une translation de 2 cases vers le bas et 2 cases vers la gauche. Donc $t_{\overrightarrow{CA}}(J) = E$

$\boxed{4)\ C}$

On cherche x tel que $f(x) = 3$

Il s'agit donc de l'abscisse du point de $\mathcal{C}_f$ ayant pour ordonnée $y = 3$

C'est donc $x = 0$ car le point de coordonnées $(0;3)$ appartient à $\mathcal{C}_f$.

$\boxed{5)\ B}$

On range les valeurs dans l'ordre croissant :

1,46 ; 1,6 ; 1,65 ; 1,67 ; 1,7 ; 1,72 ; 1,75

Comme il y a un nombre impair de valeurs, la médiane M_e est la valeur centrale, ici la 4ème valeur puisqu'il y en a 7 : $M_e = 1{,}67$

$\boxed{6)\ A}$

Dans le triangle ABC rectangle en A,

$\cos \alpha = \cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

$\longrightarrow \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

Ex 5 :

⇒ Partie A :

1) 132 n'est pas divisible par 15

En effet, $132 = 15 \times 8 + 12$ avec le reste 12 compris entre 0 inclus et 15 exclu.

ou $\frac{132}{15} = 8{,}8$ qui n'est pas entier.

Donc **on ne peut pas faire 15 sachets** équitablement répartis avec 132 drapeaux.

2) a) $330 = 33 \times 10 = 3 \times 11 \times 2 \times 5 = \boxed{2 \times 3 \times 5 \times 11}$

$132 = 2 \times 66 = 2 \times 6 \times 11 = 2 \times 2 \times 3 \times 11 = \boxed{2^2 \times 3 \times 11}$

b) Le plus grand diviseur commun (PGCD) de 330 et de 132 est le nombre formé à partir du produit de tous les facteurs communs à ces deux nombres : $PGCD(330 ; 132) = 2 \times 3 \times 11 = 66$

Le plus grand nombre de sachets réalisable avec 330 autocollants et 132 drapeaux sera donc égal au PGCD de ces deux nombres, c'est-à-dire **66 sachets.**

c) Dans chaque sachet, il y aura : $\begin{cases} \frac{330}{66} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{11}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{11}} = \boxed{5 \text{ autocollants}} \\ \frac{132}{66} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{11}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{11}} = \boxed{2 \text{ drapeaux}} \end{cases}$

⇒ Partie B :

On a $V_{piscine} = 25 \times 15 \times 2 = 50 \times 15 = 750 \text{ m}^3$

Puis $V_{eau} = \frac{9}{10} \times V_{piscine} = \frac{9}{10} \times 750 = 9 \times 75 = 675 \text{ m}^3$

Enfin, comme 1 m^3 d'eau coûte 4,14 €, le coût du remplissage est de :

$4{,}14 \times V_{eau} = 4{,}14 \times 675 = \boxed{2794{,}50 \text{ €}}$