

Mathsapiens.fr



CRPE externe

- sujet 0 -

Session 2026

Correction de l'épreuve de
Mathématiques

Ex1:

$$1) \text{ On a: } \frac{8}{4} = 2 \quad ; \quad \frac{3}{4} = 0,75 \quad ; \quad \frac{4}{3} \approx 1,3333... \quad \text{et} \quad 1 + \frac{3}{100} = 1,03$$

$$\text{D'où: } \boxed{0,7 < \frac{3}{4} < 1 < 1 + \frac{3}{100} < 1,33 < \frac{4}{3} < 1,5 < \frac{8}{4}}$$

2) a) Il y a 2 nombres entiers (1 et $\frac{8}{4} = 2$) parmi les 8 nombres proposés.

Comme nous sommes en situation d'équiprobabilité, la probabilité p_1

recherchée est de: $p_1 = \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{4} = 0,25}$

b) Un nombre est décimal s'il s'écrit $\frac{a}{10^m}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $m \in \mathbb{N}$

Tous les nombres proposés sont des décimaux sauf $\frac{4}{3} \notin \mathbb{D}$ ($\frac{4}{3} \in \mathbb{Q}$)

$$\text{En effet: } 1,5 = \frac{15}{10^1} \in \mathbb{D} \quad ; \quad \frac{8}{4} = 2 = \frac{2}{10^0} \in \mathbb{D}$$

$$\frac{3}{4} = 0,75 = \frac{75}{10^2} \in \mathbb{D} \quad ; \quad 0,7 = \frac{7}{10^1} \in \mathbb{D}$$

$$1 = \frac{1}{10^0} \in \mathbb{D} \quad ; \quad 1,33 = \frac{133}{10^2} \in \mathbb{D} \quad \text{et} \quad 1 + \frac{3}{100} = \frac{103}{10^2} \in \mathbb{D}$$

D'où la probabilité p_2 recherchée est de:

$$\boxed{p_2 = \frac{7}{8} = 0,875}$$

Ex 2 :

- 1) Notons f , g et h les fonctions relatives respectivement aux formules A, B et C. On note x le nombre de classes.

D'où $f(x) = 45x$, $g(x) = 90 + 25,5x$ et $h(x) = 300$

- ① L'école étant composée de 4 classes, on a :

$$f(4) = 45 \times 4 = 180 \text{ € pour la formule A}$$

$$g(4) = 90 + 25,5 \times 4 = 90 + 102 = 192 \text{ € pour la formule B}$$

$$h(4) = 300 \text{ € pour la formule C}$$

Comme $180 < 192 < 300$, la formule A est plus avantageuse pour 1 visite.

- ② Pour 2 visites, on prend $x = 2 \times 4 = 8$.

$$f(8) = 45 \times 8 = 360 \text{ € pour la formule A}$$

$$g(8) = 90 + 25,5 \times 8 = 90 + 204 = 294 \text{ € pour la formule B}$$

$$h(8) = 300 \text{ € pour la formule C}$$

Comme $294 < 300 < 360$, la formule B est plus avantageuse pour 2 visites.

- 2) on cherche $x \in \mathbb{N}$ tel que $h(x) < g(x)$

$$\text{ssi } 300 < 90 + 25,5x$$

$$\text{ssi } 210 < 25,5x$$

$$\text{ssi } \frac{210}{25,5} < x$$

$$\text{ssi } x > \frac{210}{25,5}$$

pas de chgt de sens dans l'inégalité car $25,5 > 0$

car $\frac{210}{25,5} \approx 8,2$ et on veut x entier, donc C est plus économique que B à partir de 9 visites.

- 3) f est une fonction linéaire (passe par l'origine) donc C_f est la courbe bleue.
 g est une fonction affine non constante donc C_g est la courbe verte.

Donc B est plus économique que A à partir de la plus petite abscisse entière égale ou supérieure à l'abscisse du point d'intersection des courbes bleue et verte.

En notant x_I l'intersection des deux courbes, on a $x_I \approx 4,6 \notin \mathbb{N}$

Donc B est plus économique que A à partir de 5 visites.

- 4) D'après la question 1.b), l'équipe pédagogique choisit la formule B correspondant à un montant de 294 €.

La mairie prend en charge 15% du total, donc l'école doit en fait payer uniquement $1 - 15\% = 1 - 0,15 = 0,85 = 85\%$ du montant total.

L'école doit donc prévoir $0,85 \times 294 = 249,90 \text{ €}$

Ex 3:

$$1) A_{\text{carré}} = c^2 = 8^2 = \boxed{64 \text{ cm}^2}$$

2) Les deux demi-disques blancs de diamètre 8 cm occupent la même surface qu'un disque complet de 8 cm de diamètre.

$$\text{On a : } A_{\text{disque}} = \pi \cdot R^2 = \pi \times \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi \text{ cm}^2$$

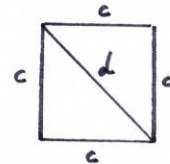
$$\begin{aligned} \text{Puis } A_{\text{grisée}} &= A_{\text{carré}} - A_{\text{disque}} = \boxed{64 - 16\pi \text{ cm}^2} \\ &= 16(4 - \pi) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3) a) L'échelle 125:1 signifie que l'on veut agrandir la figure "125 fois".

En effet, 125 cm dans la réalité représentent 1 cm sur le plan.

$$\text{D'où } c_{\text{réel}} = 125 \cdot c_{\text{plan}} = 125 \times 8 = 1000 \text{ cm} = \boxed{10 \text{ m}}$$

b) Notons $c = 10 \text{ m}$ pour le côté du nouveau carré et d pour la diagonale du nouveau carré.



Un carré étant formé de 4 angles droits, on peut utiliser le théorème de Pythagore dans un triangle rectangle:

$$d^2 = c^2 + c^2 = 2 \times c^2 = 2 \times 10^2 = 2 \times 100 = 200$$

$$\text{Puis } d = \sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = \sqrt{2} \times \sqrt{100} = 10\sqrt{2} \approx \boxed{14,14 \text{ m}}$$

(arrondi au cm)

Rem 1: On peut introduire des points A, B, C et D sur les sommets du carré pour le confort d'écriture: ABC rect. en B, $AC^2 = AB^2 + BC^2, \dots$

Rem 2: On peut retenir que la diagonale d'un carré de côté c mesure toujours $c \cdot \sqrt{2}$ et la diagonale d'un cube de côté c mesure toujours $c \cdot \sqrt{3}$

- 4) Sur le dessin, la zone grisée occupe une surface de $64 - 16\pi \text{ cm}^2$.
 Dans la réalité, les longueurs sont multipliées par $k = 125$, donc
 les surfaces sont multipliées par $k^2 = 125^2$

$$\begin{aligned} \text{D'où } A_{\text{réelle}} &= k^2 \cdot A_{\text{grisée}} = 125^2 (64 - 16\pi) \text{ cm}^2 \\ &= 125^2 \times 16 (4 - \pi) \text{ cm}^2 \\ &= 125^2 \times 4^2 (4 - \pi) \text{ cm}^2 \\ &= (125 \times 4)^2 \cdot (4 - \pi) \text{ cm}^2 \\ &= 500^2 \cdot (4 - \pi) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Puis comme on souhaite passer 2 couches, on a :

$$\begin{aligned} A_{\text{à peindre}} &= 2 \times A_{\text{réelle}} = 2 \times 500^2 \cdot (4 - \pi) \text{ cm}^2 \\ &= 2 \times 250\,000 \cdot (4 - \pi) \text{ cm}^2 \\ &= 500\,000 (4 - \pi) \text{ cm}^2 \\ &= 50 (4 - \pi) \text{ m}^2 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \\ 1 \text{ m}^2 = 100^2 \text{ cm}^2 \\ = 10\,000 \text{ cm}^2 \end{array}$$

Comme le rendement de peinture est de $7 \text{ m}^2 / \text{L}$, il faut prévoir :

$$V_{\text{peinture}} = \frac{A_{\text{à peindre}}}{\text{rendement}} = \frac{50(4 - \pi)}{7} \text{ L}$$

Puis comme chaque pot contient $750 \text{ mL} = 0,75 \text{ L} = \frac{3}{4} \text{ L}$, on peut
 calculer le nombre de pots nécessaires :

$$\text{nb pots} \geq \frac{V_{\text{peinture}}}{\text{capacité pot}} \quad \text{et} \quad \frac{V_{\text{peinture}}}{\text{capacité pot}} = \frac{\frac{50(4 - \pi)}{7}}{\frac{3}{4}} = \frac{4 \times 50(4 - \pi)}{7 \times 3} \approx 8,2$$

Il faut donc prévoir 9 pots car 9 est le plus grand entier supérieur
 ou égal à 8,2.

Ex 4:

1) Analyse des informations:

$$\text{Nb de filles: } 0,55 \times 160 = 88$$

$$\text{Nb de garçons: } 160 - \text{Nb de filles} = 160 - 88 = 72$$

$$\text{Nb de filles utilisant les jeux: } \frac{1}{2} \times \text{Nb de filles} = \frac{1}{2} \times 88 = 44$$

$$\text{Nb de filles n'utilisant pas les jeux: } 88 - 44 = 44$$

$$\text{Nb de garçons utilisant les jeux: } \frac{3}{4} \times \text{Nb de garçons} = \frac{3}{4} \times 72 = 54$$

$$\text{Nb de garçons n'utilisant pas les jeux: } 72 - 54 = 18$$

D'où le tableau complété:

	Filles	garçons	Total
Utilisent les jeux	44	54	98
N'utilisent pas les jeux	44	18	62
Total	88	72	160

2) Pourcentage d'élèves qui utilisent les jeux de cour:

$$P_1 = \frac{\text{Nb d'élèves utilisant les jeux}}{\text{Nb total d'élèves}} = \frac{98}{160} = 0,6125 = \boxed{61,25\%}$$

3) Pourcentage de filles parmi les élèves utilisant les jeux de cour:

$$P_2 = \frac{\text{Nb de filles utilisant les jeux}}{\text{Nb d'élèves utilisant les jeux}} = \frac{44}{98} = \frac{22}{49} \approx 0,45$$

$$\boxed{\approx 45\%}$$

(au pourcent près)

Ex 5:

1) B

"a" prend la valeur 4 puis "b" prend la valeur $a+2 = 6$

2) C

"a" prend initialement la valeur 2, puis on lui ajoute 3 à 4 reprises.

"a" prend donc finalement la valeur $2 + 4 \times 3 = 2 + 12 = 14$

3) A

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires sont multipliées par k^2 , et les volumes sont multipliés par k^3 .

Ici, $k = 0,4$, d'où le volume est multiplié par $0,4^3$

4) B

$$V = 1,5 \times 1,5 \times 2 = 1,5 \times 3 = 4,5 \text{ m}^3$$

$$\text{or } 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

$$\text{D'où } V = 4,5 \times 1000 = 4500 \text{ L}$$