Mathsapiens.fr

CRPE externe M2

Supplémentaire

– groupe 4 –

Session 2026

Correction de l’épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

1) Il faut parcourir au total $2 \times 150 = 300$ km

- $\text{Prix}_A = 350 + 1,80 \times 300 = 350 + 540 = 890$ € (TTC)
- $\text{Prix}_B = 290 + 2,45 \times 300 = 290 + 735 = 1025$ € (TTC)
- $\text{Prix}_C = 585 + 10\% \times 585 = 585 + 58,50 = 643,50$ € (TTC)

On a donc $\text{Prix}_C < \text{Prix}_A < \text{Prix}_B$

Il faut choisir la $\boxed{\text{compagnie C}}$ pour avoir le tarif le plus avantageux.

2) Il y a 4 accompagnateurs et 40 élèves, d'où :

- $\text{Prix}_{\text{Musée}} = 4 \times 35 + 40 \times 23 = 140 + 920 = 1060$ € (TTC)
- $\text{Prix}_{\text{Repas}} = 4 \times 7,95 + 40 \times 4,55 = 31,80 + 182 = 213,80$ € (TTC)

Puis $\text{Budget}_{\text{global}} = \text{Prix}_C + \text{Prix}_{\text{Musée}} + \text{Prix}_{\text{Repas}}$

$= 643,50 + 1060 + 213,80$

$= \boxed{1917,30 \text{ €}}$ (TTC)

3) La subvention de la mairie s'élève à $8 \times 40 = 320$ €

D'où le prix P après subvention :

$P = \text{Budget}_{\text{global}} - \text{Subvention}_{\text{Mairie}} = 1917,30 - 320 = 1597,30$ €

La coopérative prendra donc en charge $20\% \times P = 0,2 \times 1597,30 = \boxed{319,46 \text{ €}}$

Ex 2 :

$\boxed{\text{1) FAUSSE}}$

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ et $\frac{3}{4} = 0{,}75$ sont deux nombres rationnels non entiers.

On a $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$ qui est entier (et donc un rationnel)

$\boxed{\text{2) FAUSSE}}$

On a $B \in [AD]$ et $C \in [AE]$

car A, B et D sont alignés, ainsi que A, C et E.

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AB}{AB + BD} = \frac{5}{5+15} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{4}$$

On a $\frac{AB}{AD} \neq \frac{AC}{AE}$, donc d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.

$\boxed{\text{3) VRAIE}}$

Notons x le nombre "réponse" choisi par l'utilisateur.

"Etape 1" renvoie : $(x+2)(x+2) = (x+2)^2$

"Etape 2" renvoie : $(x-2)(x-2) = (x-2)^2$

Puis "Résultat" renvoie : $(x+2)^2 - (x-2)^2 = \big((x+2)+(x-2)\big)\big((x+2)-(x-2)\big)$

3^e Id. Rem.

$$= 2x \times 4$$
$$= 8x$$

Comme x est un nombre <u>entier</u>, alors $\boxed{\text{le script renvoie un multiple de 8}}$.

<u>Rem:</u> $(x+2)^2 - (x-2)^2 = (x^2+4x+4) - (x^2-4x+4) = \cancel{x^2} + 4x \cancel{+4} - \cancel{x^2} + 4x \cancel{-4} = 8x$

Ex 3 :

→ Partie A :

1) Notons $R_1 = 2{,}5$ km le rayon du cercle C_1.

On a : $\mathcal{P}_{C_1} = 2\pi . R_1 = 2\pi \times 2{,}5 = 5\pi$ km $\boxed{\approx 15{,}7 \text{ km}}$

2) Le temps nécessaire pour construire la palissade C_1 est égal à :

$$\underset{[j]}{t_1} = \frac{\overset{[km]}{\text{longueur à construire}}}{\underset{[km/j]}{\text{longueur en 1 journée}}} = \frac{\mathcal{P}_{C_1}}{0{,}65} = \frac{5\pi}{0{,}65} = \frac{100\pi}{13} \approx 24{,}2 \text{ j}$$

650 m = 0,65 km

Il faut arrondir à l'excès pour conclure : Il faudra $\boxed{\text{25 jours}}$ pour construire C_1.

3) On a : $\mathcal{A}_{C_1} = \pi . R_1^2 = \pi \times 2{,}5^2 = 6{,}25\pi$ km²

et $\mathcal{A}_{C_2} = \pi . R_2^2 = \pi \times 3{,}4^2 = 11{,}56\pi$ km²

D'où $\mathcal{A}_{\text{Romains}} = \mathcal{A}_{C_2} - \mathcal{A}_{C_1} = 11{,}56\pi - 6{,}25\pi = 5{,}31\pi$ km² $\boxed{\approx 17 \text{ km}^2}$

→ Partie B :

1) $62426 = 2 \times 31213 = 2 \times 7 \times 4459 = 2 \times 7^2 \times 637 = 2 \times 7^3 \times 91 = \boxed{2 \times 7^4 \times 13}$

2) Comme $8086 = 2 \times 13 \times 311$, les diviseurs communs de 62426 et de 8086 sont $\boxed{2 \text{ et } 13}$.

3) On peut ainsi former au maximum $2 \times 13 = \boxed{\text{26 troupes.}}$

Chaque troupe comporterait alors : $\dfrac{62426}{26} = \dfrac{\cancel{2} \times 7^4 \times \cancel{13}}{\cancel{2} \times \cancel{13}} = 7^4 = \boxed{\text{2401 fantassins}}$

et $\dfrac{8086}{26} = \dfrac{\cancel{2} \times \cancel{13} \times 311}{\cancel{2} \times \cancel{13}} = \boxed{\text{311 cavaliers.}}$

Ex 4 :

Commençons par établir toutes les issues possibles sous la forme de deux tableaux :

• Pour Soan avec 2 dés à 6 faces :

Dé 2 \ Dé 1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

• Pour Thaïs avec les dés 4 et 8 faces

4 faces \ 8 faces	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10	11	12

1) Soan peut obtenir tous les entiers allant de 2 à 12

2) Sur $6 \times 6 = 36$ possibilités, Soan peut obtenir 3 fois une somme strictement supérieure à 10 ($6+5$; $5+6$ et $6+6$). La probabilité p_1 recherchée est donc : $p_1 = \frac{3}{36} = \boxed{\frac{1}{12}}$

3) Les multiples de 3 possibles sont : 3 ; 6 ; 9 et 12.

On lit dans le tableau que sur $4 \times 8 = 32$ possibilités, Thaïs peut obtenir de 11 façons différentes un multiple de 3. Donc la probabilité p_2 recherchée est : $\boxed{p_2 = \frac{11}{32}}$

4) Soan peut obtenir 8 de 5 façons différentes sur 36 possibilités, donc avec une probabilité $p_3 = \frac{5}{36}$. Thaïs peut obtenir 8 de 4 façons différentes sur 32 possibilités, donc avec une probabilité $p_4 = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

Or $\frac{1}{8} = 0,125$ et $\frac{5}{36} \approx 0,139$, donc $p_3 > p_4$ et $\boxed{\text{Soan a raison}}$

Ex5 :

→ Situation A :

1) On a : $V_{cube} = \text{côté}^3 = 1^3 = 1 \text{ cm}^3$

Le solide A possède 27 cubes, donc $V_A = 27 \times V_{cube} = 27 \times 1 = \boxed{27 \text{ cm}^3}$

2) Le solide B possède 26 cubes donc $V_B = 26 \text{ cm}^3$

Le solide C possède 45 cubes donc $V_C = 45 \text{ cm}^3$

D'où $\boxed{V_B < V_A < V_C}$

3) • La 1ère couche est complète et compte $5 \times 5 = 25$ cubes.

• La 2ème couche possède $1+2+3+4 = 10$ cubes, donc il en manque $25 - 10 = 15$

• La 3ème couche possède $1+2+3 = 6$ cubes, donc il en manque $25 - 6 = 19$

• La 4ème couche possède $1+2 = 3$ cubes, donc il en manque $25 - 3 = 22$

• La 5ème couche possède 1 seul cube, donc il en manque $25 - 1 = 24$

Pour former le solide D, il faut ajouter : $15 + 19 + 22 + 24 = \boxed{80 \text{ cubes}}$

OU Comme $V_C = 45 \text{ cm}^3$ et que $V_D = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3$, on a :

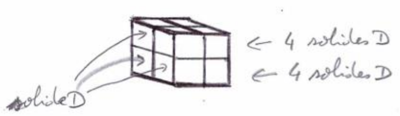
$V_D - V_C = 125 - 45 = 80 \text{ cm}^3$. Comme $V_{cube} = 1 \text{ cm}^3$, $\boxed{\text{il manque 80 cubes}}$.

4) On a $V_D = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$

Or $1 L = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$

Il faut donc $\frac{1000}{V_D} = \frac{1000}{125} = 8$ solides D pour former un cube de volume 1 L.

OU plus visuellement : En mettant 2 solides D côte-à-côte, on obtient un pavé droit de $10 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$, puis en mettant encore 2 solides D de manière à former un "carré", on obtient un pavé droit de $10 \times 10 \times 5 \text{ cm}^3$. Il suffit alors de rajouter une couche similaire de 4 solides D au-dessus de la première pour former un cube de $10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3 = 1 L$



→ Situation B :

1) Il faudra $4 \times 4 + 1 = 16 + 1 = \boxed{17 \text{ cubes}}$ à l'étape 4

2) A l'étape 50, il faudra $50 \times 50 + 1 = \boxed{2501 \text{ cubes}}$

3) En notant n le numéro de l'étape, on voit qu'il faut $n \times n + 1 = n^2 + 1$ cubes à l'étape n.

On cherche donc n tel que $n^2 + 1 = 626$

ssi $n^2 = 626 - 1$

ssi $n^2 = 625$

ssi $n = \sqrt{625}$

ssi $n = 25$

Il y aura donc 626 cubes à l'étape $\boxed{n° 25}$

4) On veut ainsi $n^2 + 1 = 172$

ssi $n^2 = 171$

ssi $n = \sqrt{171}$

Or $\sqrt{171} \approx 13,08$ donc $\sqrt{171}$ n'est pas entier.

$\boxed{\text{Il ne sera ainsi pas possible d'avoir un motif à 172 cubes.}}$

ou

A l'étape n° 13, on aura $13 \times 13 + 1 = 169 + 1 = 170$ cubes

A l'étape n° 14, on aura $14 \times 14 + 1 = 196 + 1 = 197$ cubes

Comme $170 < 172 < 197$, et qu'il n'existe pas d'étape entre la 13ème et la 14ème, il ne sera pas possible d'avoir 172 cubes dans un motif.