Mathsapiens.fr

CRPE externe M2

- groupe 3 -

Session 2026

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

1) Les pays concernés sont :

- $\boxed{\text{la Hongrie}}$ car $2 > \frac{3}{2}$
- $\boxed{\text{la Suède}}$ car toutes ses médailles sont en or

2) On peut saisir : $\boxed{= C2 / F2}$

3) $\dfrac{\text{Nb médailles US}}{\text{Nb médailles total}} = \dfrac{28}{105} = \dfrac{4}{15} \approx 0,267 \approx \boxed{26,7\,\%}$

4) $\dfrac{\text{Nb médailles d'argent Australie}}{\text{Nb médailles total Australie}} = \dfrac{8}{18} = \boxed{\dfrac{4}{9}}$

5) $\dfrac{\text{Nb médailles d'or US}}{\text{Nb médailles d'or total}} = \dfrac{8}{35} < \dfrac{8}{32}$ et $\dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$

Donc $\boxed{\text{le journaliste a tort.}}$

Ex 2 :

→ Partie A :

1) Dans le triangle RGC, on a : $RG = 20$; $GC = 15$ et $RC = 25$

Puis $\begin{cases} RC^2 = 25^2 = 625 \\ RG^2 + GC^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 \end{cases}$

On a $RC^2 = RG^2 + GC^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

$\boxed{\text{le triangle RGC est rectangle en G.}}$

2) On a :

$$\begin{cases} CB_1B_2 \text{ rectangle en } B_1 \\ RGC \text{ rectangle en } G \\ G, C \text{ et } B_1 \text{ alignés} \\ R, C \text{ et } B_2 \text{ alignés} \end{cases} \Rightarrow RGC \text{ et } CB_1B_2 \text{ sont des triangles semblables}$$

Puis on a : $\dfrac{B_1B_2}{RG} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$

Ainsi, CB_1B_2 est une réduction de RGC de rapport $k = \dfrac{3}{5}$

D'où $\begin{cases} CB_1 = k\,GC = \dfrac{3}{5} \times 15 = 9 \text{ km} \\ B_2C = k\,RC = \dfrac{3}{5} \times 25 = 15 \text{ km} \end{cases}$

Enfin, on obtient :

$$\begin{aligned} GCB_1B_2CRG &= GC + CB_1 + B_1B_2 + B_2C + CR + RG \\ &= 15 + 9 + 12 + 15 + 25 + 20 \\ &= \boxed{96 \text{ km}} \end{aligned}$$

3) $RG = 20 \text{ km} = 20\,000 \text{ m} = 2\,000\,000 \text{ cm} = 2 \times 10^6 \text{ cm}$

Puis comme $150\,000 = 1{,}5 \times 10^5$, on peut utiliser un tableau de proportionnalité :

carte (cm)	1	x
réalité (cm)	$1{,}5 \times 10^5$	2×10^6

D'où $1{,}5 \times 10^5 \times x = 1 \times 2 \times 10^6$

donc $x = \dfrac{2 \times 10^6}{1{,}5 \times 10^5} = \dfrac{2 \times 10}{1{,}5} = \dfrac{20}{1{,}5} = \dfrac{20}{\frac{3}{2}} = \dfrac{40}{3}\ \boxed{\approx 13{,}3 \text{ cm}}$

→ Partie B :

1) On a : $\underset{[km/h]}{V} = \dfrac{d}{t}$ avec d en [km] et t en [h] ; avec $d = 96$ km

Pour le bateau A, on a : $t_A = 14\text{ h }54\text{ min} - 8\text{ h }30\text{ min} = 6\text{ h }24\text{ min}$

Or

heures	1	x
minutes	60	24

donc $60x = 1 \times 24$

puis $x = \dfrac{24}{60} = \dfrac{2}{5} = 0,4$

Ainsi, $t_A = 6,4$ h

Enfin, $V_A = \dfrac{d}{t_A} = \dfrac{96}{6,4} = \boxed{15\text{ km/h}}$

2) On a $V_B = 3,9$ m/s
$= 3,9 \times 3600$ m/h
$= 14040$ m/h
$= 14,04$ km/h

Puis comme $14,04 < 14,5 < 15$, on a $V_B < V_C < V_A$

Donc le classement final est :

1er : bateau A
2ème : bateau C
3ème : bateau B

3) $V_B = \dfrac{d}{t_B}$ donc $t_B = \dfrac{d}{V_B} = \dfrac{96}{14,04} \approx 6,84$ h

Or

heures	1	0,84
minutes	60	x

donc $x = 60 \times 0,84 = 50,4$

D'où $t_B \approx 6$ h 50 minutes

Puis $\text{Arrivée}_B = \text{Départ} + t_B \approx 8\text{ h }30\text{ min} + 6\text{ h }50\text{ min}$ $\boxed{\approx 15\text{ h }20\text{ min}}$

→ Partie C :

On cherche le plus petit multiple commun de 12 et 18, noté PPCM(12 ; 18)

On $12 = 4 \times 3 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 9 = 2 \times 3^2$

Donc $PPCM(12 ; 18) = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

Ainsi, la durée minimale recherchée est de $\boxed{\text{36 secondes}}$

Rem : On pourrait aussi lister les multiples de 12 et de 18, puis retenir le plus petit multiple commun

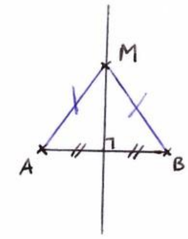
Multiples de 12 : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; ...

Mutiples de 18 : 18 ; 36 ; ...

Ex 3 :

1) FAUSSE

Ceci n'est vrai que si les 3 points sont alignés. Dans le cas général, si AM = MB, alors M est situé sur la médiatrice du segment [AB]



2) FAUSSE

⚠ Ne pas compter deux fois le valet de coeur

Il y a 8 cartes "coeur" qui réalisent l'événement, dont le valet de coeur. Les 3 autres valets (trèfle, pique et carreau) réalisent aussi l'événement. Il y a donc au total 8 + 3 = 11 cartes qui réalisent l'événement dans une situation d'équiprobabilité sur un total de 32 cartes.

D'où $p = \frac{11}{32} \neq \frac{3}{8}$ car $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 4}{8 \times 4} = \frac{12}{32} \neq \frac{11}{32}$

3) VRAIE

On veut $f(x) = g(x)$ ssi $-2x + 3 = 7x$

ssi $-2x - 7x = -3$

ssi $-9x = -3$

ssi $x = \frac{-3}{-9}$

ssi $x = \frac{1}{3}$

Puis $y_A = f(x_A) = f\left(\frac{1}{3}\right) = -2 \times \frac{1}{3} + 3 = -\frac{2}{3} + \frac{9}{3} = \frac{7}{3}$

ou $y_A = g(x_A) = 7 \times \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

$\boxed{\text{4) VRAIE}}$

Soit n un entier impair, donc $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$ — ensemble des entiers relatifs

Puis $n^2 = (2k+1)^2 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + 1^2 = 4k^2 + 4k + 1$
$= 2 \times 2k^2 + 2 \times 2k + 1$
$= 2(2k^2 + 2k) + 1$
$= 2 \times k' + 1$

avec $k' = 2k^2 + 2k$

or $k' \in \mathbb{Z}$ car la somme et le produit d'entiers relatifs donnent des entiers relatifs. Ainsi $n^2 = 2k' + 1$, $k' \in \mathbb{Z}$

Donc n^2 est un entier impair.

$\boxed{\text{5) VRAIE}}$

En choisissant x pour nombre de départ, le programme renvoie

$f(x) = \dfrac{8x+10}{2} = 4x + 5$

On obtient 8 à la fin du programme, donc on a :

$f(x) = 8$ ssi $4x + 5 = 8$
ssi $4x = 8 - 5$
ssi $4x = 3$
ssi $x = \dfrac{3}{4}$
ssi $x = 0{,}75$ et $0{,}75 \in \mathbb{D}$

ensemble des nombres décimaux

Ex4 :

→ Partie A :

1) Le diamètre d'une roue de vélo est de 26 pouces, ce qui correspond à $26 \times 2{,}54 = \boxed{66{,}04 \text{ cm}}$

2) Un tour de roue correspond au périmètre de la roue $P_{roue} = \pi \times D$

D'où $P_{roue} = 66{,}04\,\pi$ cm

Puis on a
$$\begin{aligned} dist_{parcourue} &= 6124 \times P_{roue} \\ &= 6124 \times 66{,}04 \times \pi \text{ cm} \\ &= 404\,428{,}96\,\pi \text{ cm} \\ &= 4044{,}2896\,\pi \text{ m} \\ &= 4{,}0442896\,\pi \text{ km} \\ &\boxed{\approx 12{,}7 \text{ km}} \end{aligned}$$

→ Partie B :

1) $dist_{totale} = 126 \times 9 + 120 \times 11 + 140 \times 12 + 34 \times 15 = 4644$ km

Puis gains $= 1{,}25 \times dist_{totale} = 1{,}25 \times 4644 = \boxed{5805\ €}$

2) Il y a $140 + 34 = 174$ élèves qui ont parcouru 12 km ou plus, sur un effectif total de $126 + 120 + 140 + 34 = 420$ élèves.

Ceci correspond à une proportion $p = \frac{174}{420} = \frac{29}{70} \approx 0{,}41 > 0{,}4$

Or $0{,}4 = \frac{2}{5}$, donc $p > \frac{2}{5}$

$\boxed{\text{L'affirmation est donc fausse.}}$

3) $\overline{M} = \frac{\text{dist}_{\text{totale}}}{\text{effectif}_{\text{total}}} = \frac{4644}{420} = \frac{387}{35}$ $\boxed{\approx 11,06 \text{ km}}$

4) Les 420 (pair) valeurs sont rangées dans l'ordre croissant, donc la médiane Me correspond à la moyenne des deux valeurs centrales (210e et 211e).
Pour plus de lisibilité, nous pouvons dresser le tableau des Effectifs Cumulés Croissant (ECC) :

Distance (km)	9	11	12	15
Effectif	126	120	140	34
ECC	126	246	386	420

Ainsi, on voit que les 120 valeurs correspondant à une distance de 11 km sont situées entre la 127e valeur et la 246e valeur.
Les 210e et 211e valeurs sont donc égales à 11 km, et donc $\boxed{Me = 11 \text{ km}}$

→ Partie C :

1) $\mathcal{A}_{\text{panneau latéral}} = 1,4 \times 1,2 = 1,68 \text{ m}^2$

$\mathcal{A}_{\text{panneau central}} = 1,2 \times 5 = 6 \text{ m}^2$

D'où $\mathcal{A}_{\text{bois}} = \mathcal{A}_{\text{panneau central}} + 2 \times \mathcal{A}_{\text{panneau latéral}} = 6 + 2 \times 1,68 = \boxed{9,36 \text{ m}^2}$

2) $\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = 0,8 \times 0,6 = 0,48 \text{ m}^2$

$\mathcal{A}_{\text{quart disque}} = \frac{1}{4} \pi R^2 = \frac{\pi}{4} \times 0,6^2 = \frac{\pi}{4} \times 0,36 = 0,09\pi \text{ m}^2$

D'après 1), on a $\mathcal{A}_{\text{panneau latéral}} = 1,68 \text{ m}^2$

D'où $\mathcal{A}_{\text{latérale}} = \mathcal{A}_{\text{rectangle}} + \mathcal{A}_{\text{quart disque}} + \mathcal{A}_{\text{panneau latéral}}$
$= 0,48 + 0,09\pi + 1,68$
$= 2,16 + 0,09\pi \text{ m}^2$

Enfin, $V_{\text{abri}} = \mathcal{A}_{\text{latérale}} \times L_{\text{abri}} = (2,16 + 0,09\pi) \times 5 = 10,8 + 0,45\pi \text{ m}^3$
$\boxed{\approx 12 \text{ m}^3}$ (arrondi à l'unité)