Mathsapiens.fr

CRPE externe M2

- groupe 2 -

Session 2026

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

→ Partie A :

1) $\mathcal{A}_{jeux} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{IHGD}$

$= AD \times DC - 2 \times \mathcal{A}_{IHFE}$

$= (AI + IE + ED) \times (DG + GC) - 2 \times IE^2$

$= (4 + x + x) \times (x + 10) - 2 \times x^2$

$= (2x + 4)(x + 10) - 2x^2$

$= \cancel{2x^2} + 20x + 4x + 40 - \cancel{2x^2}$

$= \boxed{24x + 40}$

2) a) On a : $24x + 40 = 94$ ssi $24x = 94 - 40$

ssi $24x = 54$

ssi $x = \frac{54}{24}$

ssi $x = \frac{9}{4}$

ssi $\boxed{x = 2{,}25 \text{ m}}$

b) D'après la question 1), on a :

$\mathcal{A}_{ABCD} = AD \times DC$

$= (2x + 4)(x + 10)$

$= (2 \times 2{,}25 + 4)(2{,}25 + 10)$

$= (4{,}5 + 4) \times 12{,}25$

$= 8{,}5 \times 12{,}25$

$= \boxed{104{,}125 \text{ m}^2}$

3) ⓐ On cherche un diviseur commun d à 185 et à 444 tel que $d > 10$.

Décomposons 185 et 444 en produit de facteurs premiers :

$185 = 5 \times 37$ et $444 = 4 \times 111 = 2^2 \times 3 \times 37$

Le seul diviseur commun supérieur à 10 est $d = 37$

Donc la règle doit mesurer 37 cm.

(Rem : Sans la contrainte $d > 10$, une règle de 1 cm pourrait fonctionner.)

ⓑ. Sur la rangée [LM], les élèves pourront planter :

$$\underbrace{1}_{\text{celui situé en L}} + \underbrace{\frac{185}{37}}_{\text{Nombre de règles en bois jusqu'à M}} = 1 + 5 = 6 \text{ fraisiers}$$

. Comptons maintenant le nombre de rangées.

Il y en a : $\underbrace{1}_{\text{rangée [LM]}} + \underbrace{\frac{444}{37}}_{\text{Nombre de règles en bois jusqu'à la rangée [PN]}} = 1 + 2^2 \times 3 = 1 + 12 = 13$

. Finalement, les élèves pourront planter $6 \times 13 = \boxed{78 \text{ fraisiers.}}$

→ Partie B :

1) ⓐ Il faut passer par les coefficients multiplicatifs.

On a : $t_1 = 2\% = 0{,}02$ donc $c_1 = 1 + t_1 = 1{,}02$

et : $t_2 = 3\% = 0{,}03$ donc $c_2 = 1 + t_2 = 1{,}03$

Puis $c_{global} = c_1 \times c_2 = 1{,}02 \times 1{,}03 = 1{,}0506$

D'où $t_{global} = c_{global} - 1 = 1{,}0506 - 1 = 0{,}0506 = \boxed{5{,}06\,\%}$

ⓑ $\text{Prix}_{final} = c_{global} \times P_{initial} = 1{,}0506 \times 1{,}20 = 1{,}26072$

Après arrondi au centime d'euro, le prix final est d'environ $\boxed{1{,}26\ €}$

2) ⓐ Pour la confection de la confiture, on consacre $\frac{1}{4}$ des $\frac{8}{9}$ consommables.

Ceci correspond à une proportion de : $\frac{1}{4} \times \frac{8}{9} = \boxed{\frac{2}{9}}$

ⓑ On a : $M_{confiture} = \frac{2}{9}\, M_{récolte}$

Donc $M_{récolte} = \frac{9}{2} \cdot M_{confiture}$

$= \frac{9}{2} \times 3$

$= \frac{27}{2}$

$= \boxed{13{,}5 \text{ kg}}$

→ Partie C :

1) On a : $C \in [OS]$, $A \in [BS]$ et $(OB) // (AC)$

Donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{SC}{SO} = \frac{CA}{OB} = \frac{SA}{SB}$

D'où $OS = \frac{OB \times SC}{CA}$ car $OB = \frac{1}{2} \times 84 = 42$ cm et $C \in [OS]$

ssi $OS = \frac{42\,(OS - OC)}{18{,}9}$

ssi $18{,}9 \times OS = 42\,(OS - 22)$

ssi $18{,}9 \times OS = 42 \times OS - 924$

ssi $42 \times OS - 18{,}9 \times OS = 924$

ssi $23{,}1 \times OS = 924$

ssi $OS = \frac{924}{23{,}1}$

ssi $\boxed{OS = 40 \text{ cm}}$

2) $V_{\text{grand cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times OB^2 \times OS = \frac{\pi}{3} \times 42^2 \times 40 = \boxed{23\,520\,\pi \text{ cm}^3}$

3) $V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times AC^2 \times CS$ car $CS = OS - OC = 40 - 22$

$= \frac{\pi}{3} \times 18{,}9^2 \times 18$

$= 2143{,}26\,\pi \text{ cm}^3$

D'où $V_{\text{bassine}} = V_{\text{grand cône}} - V_{\text{petit cône}} = 23\,520\,\pi - 2143{,}26\,\pi = 21\,376{,}74\,\pi \text{ cm}^3$

Or $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ et $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$

Donc $V_{\text{bassine}} = 21{,}37674 \cdot \pi \text{ L}$ $\boxed{\approx 67{,}16 \text{ L}}$ (arrondi au cL)

Ex 2 :

1) On peut saisir : $\boxed{= 60 * B3 + C3}$

2) ⓐ $V = \dfrac{d}{t} = \dfrac{600}{270} = \dfrac{60}{27} = \dfrac{20}{9} \boxed{\approx 2,22 \text{ m/s}}$

[m]

[s]

ⓑ $V = \dfrac{20}{9} \text{ m/s} = \dfrac{20 \times 3600}{9} \text{ m/h} = 8000 \text{ m/h} \boxed{= 8 \text{ km/h}}$

3) D'après les colonnes E et F du tableau, on déduit qu'un tour fait 200 m.

Donc 8 tours font $d = 8 \times 200 = 1600$ m

Par ailleurs, on a : $V = 9,8 \text{ km/h} = 9800 \text{ m/h} = \dfrac{9800}{3600} \text{ m/s} = \dfrac{49}{18} \text{ m/s}$

Enfin, comme $V = \dfrac{d}{t}$, on a :

$t = \dfrac{d}{V} = \dfrac{1600}{\frac{49}{18}} = \dfrac{1600 \times 18}{49} \approx 588 \text{ s}$

[m]

[m/s]

Il reste à effectuer la division euclidienne de 588 par 60 :

$588 = 9 \times 60 + 48$

Donc la course de l'élève a duré environ $\boxed{\text{9 minutes et 48 secondes}}$

4) ⓐ $\overline{V} = \dfrac{2 \times 2,35 + 5 \times 2,4 + 8 \times 2,43 + 12 \times 2,5 + 13 \times 2,54 + 10 \times 2,67 + 7 \times 2,78 + 3 \times 2,9}{2 + 5 + 8 + 12 + 13 + 10 + 7 + 3}$

$= \dfrac{154,02}{60}$

$= \boxed{2,567 \text{ m/s}}$

ⓑ Cette série a un nombre pair de valeurs (60).
Donc sa médiane correspond à la moyenne des deux valeurs centrales : la 30ème et la 31ème.
On peut faire un tableau des effectifs cumulés croissants (ECC) :

Vitesse (m/s)	2,35	2,4	2,43	2,5	2,54	2,67	2,78	2,9
ECC	2	7	15	27	40	50	57	60

D'après ce tableau des ECC, les 30ème et 31ème valeurs sont égales et valent 2,54. Donc $\boxed{Me = 2{,}54 \text{ m/s}}$

Interprétation :

> Au moins 50% des élèves ont couru à une vitesse moyenne inférieure ou égale à 2,54 m/s.

Ex 3 :

→ Partie A :

1) On peut dénombrer directement en disant que, pour chacune des 6 dizaines possibles, il y a 4 unités possibles.
Ceci fait un total de $6 \times 4 =$ $\boxed{24 \text{ issues possibles.}}$
On pouvait également écrire toutes les issues possibles, éventuellement en s'aidant d'un arbre des possibles ou d'un tableau à double entrée :
11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 21 ; 22 ; 23 ; 24
31 ; 32 ; 33 ; 34 ; 41 ; 42 ; 43 ; 44
51 ; 52 ; 53 ; 54 ; 61 ; 62 ; 63 ; 64

2) ⓐ D'après la liste des issues établie à la question 1), on peut voir qu'il y a 16 nombres supérieurs ou égaux à 30, donc 16 issues qui réalisent l'événement A. Comme nous sommes dans une situation d'équiprobabilité, on a :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues qui réalisent A}}{\text{Nombre total d'issues}} = \frac{16}{24} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

ⓑ Il y a 8 nombres multiples de 3 : 12 ; 21 ; 24 ; 33 ; 42 ; 51 ; 54 et 63

Donc par équiprobabilité :

$$P(B) = \frac{\text{Nombre d'issues qui réalisent B}}{\text{Nombre total d'issues}} = \frac{8}{24} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

→ Partie B :

1) On peut proposer par exemple :

- "Obtenir un carré parfait supérieur ou égal à 20"
- "Obtenir un nombre supérieur ou égal à 25"
- "Obtenir un nombre premier supérieur ou égal à 7"

2) "Obtenir un nombre pair multiple de 3" signifie "obtenir un multiple de 6". En dressant un tableau double entrée, on voit qu'il y a 8 possibilités sur 24. Donc $P(C) = \frac{8}{24} = \boxed{\frac{1}{3}}$

tétra \ cube	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24

Ex 4 :

1) Il s'agit de la $\boxed{\text{figure 2}}$ puisqu'à la ligne 8 du script, on avance de la même distance que la longueur d'un côté du triangle équilatéral formé dans le sous-programme "Motif".

2) Il faut remplacer la ligne 8 par la commande :

$\boxed{\text{"tourner ↺ de 60 degrés"}}$ ou $\boxed{\text{"tourner ↻ de 60 degrés"}}$

Ex 5 :

$\boxed{\text{1) VRAI}}$

Il faut commencer par mettre toutes les longueurs dans la même unité (au choix).

$NE = 2{,}04$ m $= 20{,}4$ dm

$EF = 9{,}6$ dm

$NF = 180$ cm $= 18$ dm

NE est le plus grand côté et le triangle NEF est bien constructible car $NE < EF + NF$

Puis on a d'une part : $NE^2 = 20{,}4^2 = 416{,}16$

et d'autre part : $EF^2 + NF^2 = 9{,}6^2 + 18^2 = 92{,}16 + 324 = 416{,}16$

On a ainsi $NE^2 = EF^2 + NF^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

le triangle NEF est rectangle en F.

$\boxed{\text{2) FAUX}}$

0 est solution de l'équation car $6 \times 0^2 - 15 \times 0 = 0$

$\boxed{3)\ \text{VRAI}}$

$$\frac{147}{14} = \frac{7 \times 21}{7 \times 2} = \frac{21}{2} = \frac{105}{10} = 10{,}5 \in \mathbb{D}$$

$\boxed{4)\ \text{VRAI}}$

Soit $n \in \mathbb{Z}$, $2n^2 + 4n - 16 = 2(n^2 + 2n - 8)$

$= 2m$ en posant $m = n^2 + 2n - 8$

Par opérations sur les entiers relatifs, il est clair que $m \in \mathbb{Z}$

$\boxed{5)\ \text{FAUX}}$

On a $f(2) = -2 \times 2 + 3 = -4 + 3 = -1$

Or le point de coordonnées $(2 ; -1)$ n'appartient pas d car $(2 ; 0) \in d$

OU

On lit sur le graphique que quand x augmente de 2, y diminue de 3.

Donc le coefficient directeur de d vaut : $m = \frac{-3}{2} = -1{,}5 \neq -2$

OU

En prenant $A(0 ; 3) \in d$ et $B(2 ; 0) \in d$

On a le coefficient directeur de d : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 3}{2 - 0} = -\frac{3}{2} = -1{,}5$

$\neq -2$