Mathsapiens.fr

CRPE externe M2

- groupe 1 -

Session 2026

Correction de l’épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

→ Partie A :

1) On peut saisir : $\boxed{= B2 * C2}$

2) On peut saisir : $\boxed{= SOMME(D2 : D7)}$

ou alors : $\boxed{= D2 + D3 + D4 + D5 + D6 + D7}$

3) Il y a une réduction de 15 %, donc l'École va payer 85 % du total obtenu en D8.

On peut donc saisir : $\boxed{= 0.85 * D8}$

ou alors : $\boxed{= D8 * 85 / 100}$

ou encore : $\boxed{= D8 - 0.15 * D8}$

→ Partie B :

1) $c_{tot} = n \times 8{,}50 + 4 \times 16$ i.e. $\boxed{c_{tot} = 8{,}5n + 64}$

2) On résout : $8{,}5n + 64 = 378{,}5$

$\iff 8{,}5n = 378{,}5 - 64$

$\iff 8{,}5n = 314{,}5$

$\iff n = \dfrac{314{,}5}{8{,}5}$

$\iff n = 37$

Donc $\boxed{\text{37 élèves ont participé à la sortie.}}$

→ Partie C :

1) On utilise $V = \dfrac{d}{t}$ avec $d = 85$ km

et $t = 1\text{h}\,10\text{min} = 1\text{h} + \dfrac{1}{6}\text{h} = \dfrac{7}{6}\text{h}$

D'où $V = \dfrac{d}{t} = \dfrac{85}{\frac{7}{6}} = \dfrac{85 \times 6}{7} = \dfrac{510}{7}$ $\boxed{\approx 73 \text{ km/h}}$

2) Un seul autocar suffit car il a une capacité de 63 places pour 45 passagers prévus (41 élèves + 4 professeurs).

L'aller-retour représente une distance de $2 \times 85 = 170$ km

La consommation sera donc de $\dfrac{3\cancel{0} \times 17\cancel{0}}{1\cancel{00}} = 3 \times 17 = 51$ L de gazole.

Le gazole représente donc un coût de $51 \times 1{,}60 = 81{,}60$ €

L'aller-retour correspond à 2 trajets, donc $2 \times 13{,}90 = 27{,}80$ € de péage.

D'où $\text{coût}_{\text{transport}}$ = forfait journalier + gazole + péage

$= 150 + 81{,}60 + 27{,}80$

$= \boxed{259{,}40 \text{ €}}$

Ex 2 :

→ Partie A :

1) Si on suppose tous les tickets indiscernables à la vue, on est dans une situation d'équiprobabilité.

D'où $P(\text{"lot à 50€"}) = \dfrac{\text{Nb lots à 50 €}}{\text{Nb total de tickets}} = \dfrac{2}{500} = \boxed{\dfrac{1}{250}}$

2) Il y a $20+5+2+1 = 28$ lots d'une valeur strictement supérieure à 2€, i.e. 5€ et plus. Donc par équiprobabilité, la probabilité recherchée est de : $\dfrac{\text{Nb lots supérieurs strictement à 2€}}{\text{Nb total de tickets}} = \dfrac{28}{500} = \boxed{\dfrac{7}{125}}$

3) Il y a $50+20+5+2+1 = 78$ tickets gagnants.

Donc il y a $500 - 78 = 422$ tickets perdants.

La probabilité que le ticket soit perdant est donc égale à :

$$P(\text{"perdu"}) = \frac{\text{Nb tickets perdants}}{\text{Nb total de tickets}} = \frac{422}{500} = \boxed{\frac{211}{250}}$$

→ Partie B :

1) $$\overline{M} = \frac{10\times 4 + 4\times 6 + 8\times 7 + 14\times 10 + 12\times 15 + 3\times 20}{10+4+8+14+12+3}$$

$$= \frac{40 + 24 + 56 + 140 + 180 + 60}{51}$$

$$= \frac{500}{51}$$

$\boxed{\approx 10 \text{ tickets rendus par élève}}$

2) ⓐ Il y a au total 51 élèves (impair).

La médiane correspond donc à la valeur centrale de la série (dont les valeurs sont classées par ordre croissant).

Il s'agit donc de la 26ème valeur.

Pour la déterminer, on peut faire un tableau d'effectifs cumulés croissants (ECC) :

Nb de tickets vendus	4	6	7	10	15	20
ECC	10	14	22	36	48	51

On a donc la médiane : $\boxed{Me = 10}$

ⓑ Interprétation :

La médiane sépare une série en deux groupes de même effectif.

Donc au moins 50% des élèves ont vendu 10 tickets ou moins.

Dit autrement :

Au moins 50% des élèves ont vendu au plus 10 tickets.

Ex 3 :

1) Dans le triangle ABC rectangle en B,

D'après le théorème de Pythagore,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'où $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 65^2 - 25^2 = 4225 - 625 = 3600$

Puis $BC = \sqrt{3600} = 60$

Donc on a bien $\boxed{BC = 60\,m}$

2) Les points E, A, B d'une part et D, A, C d'autre part sont alignés dans le même ordre.

De plus, on a : $\frac{AE}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$

et $\frac{AD}{AC} = \frac{39}{65} = \frac{3 \times 13}{5 \times 13} = \frac{3}{5} = 0,6$

Comme $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès,

on a : $\boxed{(BC) \mathbin{/\!/} (DE)}$

3) $L_{EBCDE} = EB + BC + CD + DE$

$= EA + AB + BC + CA + AD + DE$ car $A \in [EB]$ et $A \in [CD]$

$= 15 + 25 + 60 + 65 + 39 + DE$

$= 204 + DE$

Il reste à calculer DE en utilisant le théorème de Thalès.

On a en effet $A \in [BE]$, $A \in [CD]$ et $(BC) \mathbin{/\!/} (DE)$

Donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$

D'où $ED = \frac{BC \times AE}{AB} = \frac{60 \times 15}{25} = \frac{60 \times 3}{5} = 12 \times 3 = 36$ m

Finalement, $L_{EBCDE} = 204 + ED = 204 + 36 = \boxed{240 \text{ m}}$

4) ⓐ On convertit toutes les mesures en dm au préalable, avec 1 dm = 100 mm

$\mathcal{V}_{socle} = c_{socle}^2 \times h_{socle} = 2{,}45^2 \times 0{,}35 = 2{,}100875 \text{ dm}^3$

$\mathcal{V}_{cône} = \frac{1}{3} \pi \times R_{base}^2 \times h_{cône} = \frac{\pi}{3} \times \left(\frac{2}{2}\right)^2 \times 4{,}15 = \frac{4{,}15\pi}{3} \text{ dm}^3$

Puis $\mathcal{V}_{plot} = \mathcal{V}_{socle} + \mathcal{V}_{cône} = 2{,}100875 + \frac{4{,}15\pi}{3}$ $\boxed{\approx 6{,}45 \text{ dm}^3}$ (à 10^{-2} près)

Il faut donc bien environ 6,45 dm³ de sable pour remplir le plot.

ⓑ $d_{sable} = 1{,}6 \text{ t/m}^3$) car 1 t = 1000 kg

$= 1600 \text{ kg/m}^3$) car 1 m³ = 1000 dm³

$= 1{,}6 \text{ kg/dm}^3$

Puis $\underbrace{m_{sable}}_{[kg]} = \underbrace{\mathcal{V}_{plot}}_{[dm^3]} \times \underbrace{d_{sable}}_{[kg/dm^3]}$

$\approx 6{,}45 \times 1{,}6$

$\approx 10{,}3$ kg (à 10^{-1} près)

Il faudra donc $\boxed{\text{environ } 10{,}3 \text{ kg}}$ de sable pour remplir le plot.

Ex 4 :

$\boxed{\text{1) FAUX}}$

8 est divisible par 4 mais pas par 12.

Rem : on pourrait aussi choisir d'autres contre-exemples, comme 4 ; 16 ; 20 ; ...

$\boxed{\text{2) VRAI}}$

Soit un réel x, on a en développant le membre de droite

$$(3x+1)(8x-5)-(-7x+4) = 24x^2-15x+8x-5+7x-4 = 24x^2-9$$

$\boxed{\text{3) VRAI}}$

Soient $a ; b ; c$ trois entiers tels que $c \neq 0$ (ensemble des entiers relatifs)

a est un multiple de b, donc on peut écrire $a = k.b$ avec $k \in \mathbb{Z}$

b est un multiple de c, donc on peut écrire $b = k'.c$ avec $k' \in \mathbb{Z}$

Donc $a = k.b = k.k'.c = k''.c$ en posant $k'' = k.k'$

Le produit de deux entiers étant un entier, on a alors $k'' \in \mathbb{Z}$

Finalement, on obtient $\dfrac{a}{c} = \dfrac{k''.c}{c} = k'' \in \mathbb{Z}$

Donc $\dfrac{a}{c}$ est un entier.

$\boxed{\text{4) VRAI}}$

On rappelle qu'un nombre x est décimal (i.e. $x \in \mathbb{D}$) s'il peut s'écrire sous la forme : $\dfrac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.

Or $\dfrac{3500}{56} = \dfrac{\cancel{7} \times 5 \times 100}{\cancel{7} \times 8} = \dfrac{500}{8} = \dfrac{250}{4} \overset{\times 25}{=} \dfrac{6250}{100} = \dfrac{625}{10}$

Finalement, on a : $\dfrac{3500}{56 \times 10^{19}} = \dfrac{625}{10 \times 10^{19}} = \dfrac{\overbrace{625}^{\in \mathbb{Z}}}{10^{\underbrace{20}_{\in \mathbb{N}}}} \in \mathbb{D}$

$\boxed{\text{5) VRAI}}$

Une augmentation de $t = 20\% = 0,2$ correspond à un coefficient multiplicateur

$c = 1 + t = 1 + 0,2 = 1,2$

Puis $c_{global} = c^3 = 1,2^3 = 1,728$ car il y a 3 augmentations successives et identiques.

Enfin, on a une augmentation globale qui vaut :

$t_{global} = c_{global} - 1 = 1,728 - 1 = 0,728 = 72,8\%$

Ex 5 :

1) Dans un parallélogramme, la somme des mesures de deux angles consécutifs vaut 180° (deux angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires).

D'où $\alpha + 30 = 180$ et donc $\alpha = 180 - 30 = \boxed{150°}$

2) Dans l'ordre :

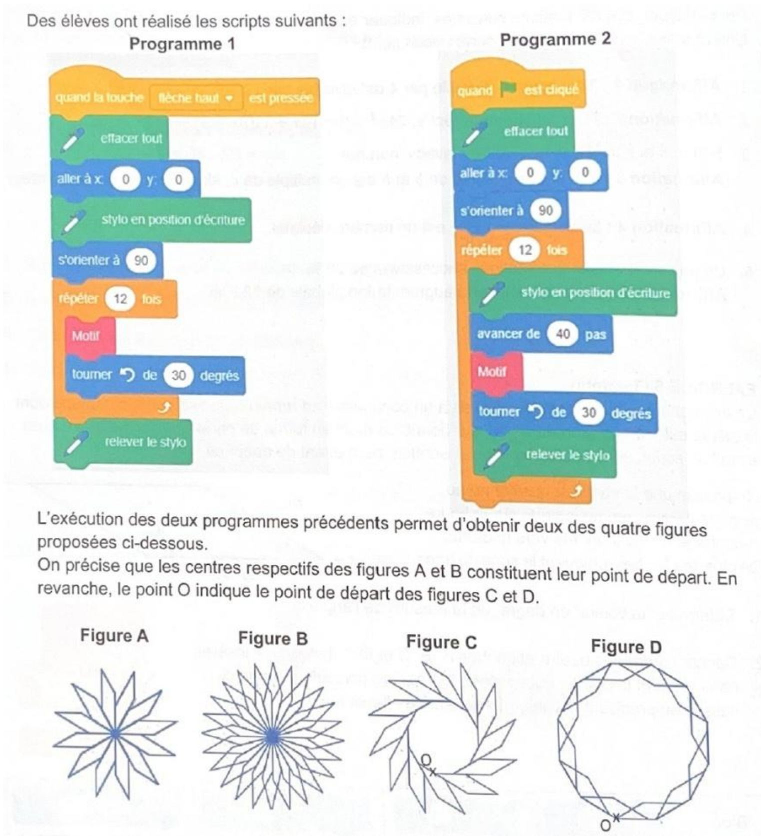
1)	B	"avancer de 50 pas"
2)	D	"tourner ↺ de 30 degrés"
3)	A	"avancer de 40 pas"
4)	C	"tourner ↺ de $\boxed{150}$ degrés"

3) Le programme 1 donne la $\boxed{\text{figure A}}$

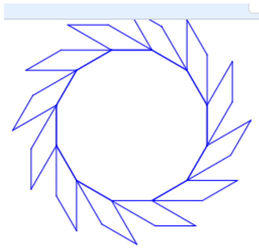
Le programme 2 donne la $\boxed{\text{figure C}}$

Rem : voir remarque importante concernant le programme 2 page suivante

Sauf distribution d'un correctif lors de l'épreuve, au moment où je rédige ce corrigé, je dispose de l'énoncé suivant :


Des élèves ont réalisé les scripts suivants :

L'exécution des deux programmes précédents permet d'obtenir deux des quatre figures proposées ci-dessous.
On précise que les centres respectifs des figures A et B constituent leur point de départ. En revanche, le point O indique le point de départ des figures C et D.



Or aucune des figures proposées ne correspond au programme 2.
En effet, le programme 2 doit normalement donner la figure ci-contre, en sortant de l'écran sur la partie supérieure et avec des parallélogrammes qui ne se chevauchent pas (contrairement à la figure C).

Celle qui s'en rapproche le plus est bien la figure C, mais il faudrait alors changer la ligne d'instruction qui apparait juste avant le bloc « Motif » par « avancer de **30** pas » au lieu de « avancer de 40 pas ».