Mathsapiens.fr

CRPE externe L3

- groupe 3 -

Session 2026

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

Rappel : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$

i.e. tous les nombres entiers sont des nombres décimaux, mais la réciproque est fausse

1)

$\boxed{\text{Affirmation 1 : FAUX}}$

contre-exemple : $120 \in \mathbb{D}$ et $\frac{120}{10} = 12 \in \mathbb{N}$

$\boxed{\text{Affirmation 2 : FAUX}}$

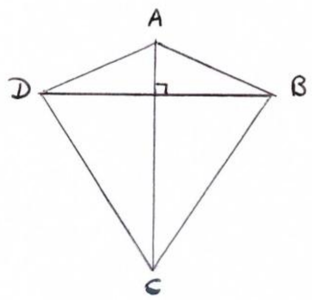
$$\frac{99\,999}{100\,000} < \frac{999\,999}{1\,000\,000} < 1$$

$\boxed{\text{Affirmation 3 : FAUX}}$

contre-exemple du cerf-volant :

On a $(AC) \perp (DB)$ et $AC = DB = 4$ cm

mais ABCD n'est pas un carré.



$\boxed{\text{Affirmation 4 : VRAI}}$

Les deux dés sont équilibrés, donc nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

Il y a 4 issues qui donnent "12" sur un total de $6 \times 6 = 36$ possibilités.

La probabilité p recherchée est donc : $p = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

DÉ 2 \ DÉ 1	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

2)

a) C

[km]

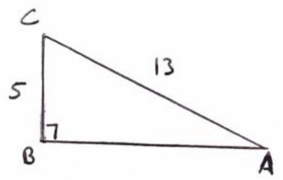
$$V = \frac{d}{t} \quad \text{donc} \quad t = \frac{d}{V} = \frac{150 \times 10^6}{3 \times 10^5} = 50 \times 10 = 500 \text{ s}$$

[km/s]

b) C

On obtient : $7 \times 4 - 3 \times (-2)^2 = 28 - 3 \times 4 = 28 - 12 = 16$

c) A



Dans le triangle ABC rectangle en B

D'après le théorème de Pythagore,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'où $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 = 12^2$

Ainsi, $AB = 12$ cm

d) D

Dans l'ordre croissant : $13 ; 51 ; 57 ; 63 ; 70 ; 81 ; 99$

Il y a 7 valeurs donc la médiane correspond à la 4e valeur : $Me = 63$

Par ailleurs, l'étendue $e = 99 - 13 = 86$

De plus, la moyenne $\overline{M} = \frac{1}{7}(13 + 51 + 57 + 63 + 70 + 81 + 99)$

$= \frac{1}{7} \times 434$

$= 62$

Ex 2 :

1) Les quantités étant données pour 4 personnes, il faut les multiplier par $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ pour obtenir la quantité pour 6 personnes.

Il faut donc :

- $\frac{3}{2} \times 250 = \frac{750}{2} = \boxed{375 \text{ g de farine}}$
- $\frac{3}{2} \times 2 = \boxed{3 \text{ oeufs}}$
- $\frac{3}{2} \times 60 = \boxed{90 \text{ cL de lait}}$
- $\frac{3}{2} \times 25 = \boxed{37{,}5 \text{ g de beurre fondu}}$
- $\frac{3}{2} \times 1 = \boxed{1{,}5 \text{ cuillère à soupe de sucre}}$

2) Il faut utiliser $\frac{25}{250} = \boxed{\frac{1}{10}}$ de la plaquette de beurre.

3) On a : $5 \text{ kg} = 5000 \text{ g} = 20 \times 250 \text{ g}$

Donc l'enseignant possède une quantité de farine suffisante pour faire des crêpes à $20 \times 4 = 80$ personnes $\geqslant 70$ personnes

Puis 3 douzaines d'oeufs, i.e. $3 \times 12 = 36$ oeufs, permettent de faire des crêpes à $\frac{36}{2} \times 4 = 72$ personnes $\geqslant 70$ personnes

$\boxed{\text{L'enseignant pourra donc bien faire des crêpes aux 70 élèves de l'école.}}$

4) $\frac{V_{finale} - V_{initiale}}{V_{initiale}} = \frac{50-60}{60} = \frac{-10}{60} = -\frac{1}{6} \approx -17\%$

$\boxed{\text{La quantité de lait a donc diminué d'environ 17 \%}}$

5) $\boxed{237{,}42}$

Ex 3 :

1) $\mathcal{A}_{\text{parterre}} = L \times \ell = 8 \times 6 = \boxed{48 \text{ m}^2}$

2) $\mathcal{A}_{\text{bassin}} = \pi \times R^2 = \pi \times \frac{D^2}{4} = \frac{\pi \times 3^2}{4} = \frac{9\pi}{4}$ m^2

Puis $\mathcal{A}_{\text{ensemencée}} = \mathcal{A}_{\text{parterre}} - \mathcal{A}_{\text{bassin}} = 48 - \frac{9\pi}{4}$ $\boxed{\approx 40{,}9 \text{ m}^2}$ (à 10^{-1} près)

3) On a $\frac{40{,}9}{15} \approx 2{,}7$ donc il faut au minimum $\boxed{\text{3 sacs.}}$

4) L'échelle $\frac{1}{50}$ signifie que 1 m sur le plan correspond à 50 m en réalité.

Ainsi, la longueur de 8 m correspond sur le plan à $\frac{8}{50} = 0{,}16 \text{ m} = \boxed{16 \text{ cm.}}$

De même, la largeur de 6 m correspond sur le plan à $\frac{6}{50} = 0{,}12 \text{ m} = \boxed{12 \text{ cm.}}$

Ex 4 :

1) On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

effectif	240	36
angle (°)	360	x

On a égalité du produit en croix : $240\,x = 36 \times 360$

D'où $x = \frac{36 \times 360}{240} = \frac{36 \times \cancel{12} \times 3 \times \cancel{10}}{\cancel{12} \times 2 \times \cancel{10}} = 18 \times 3 = 54$

L'angle du secteur "Vélo" aurait pour mesure $\boxed{54°.}$

2) P("transports en commun") $= \dfrac{72}{240} = \dfrac{3}{10} = 0,3$

Donc la probabilité recherchée est de $1 - 0,3 = \boxed{0,7}$

ou P("autre que transports en commun") $= \dfrac{120 + 36 + 12}{240} = \dfrac{168}{240} = \dfrac{7}{10} = \boxed{0,7}$

3) Soit x le nombre d'élèves à passer de la voiture au vélo.

On veut f("Vélo") $= 20\%$ fréquence

ssi f("Vélo") $= 0,2$

ssi $\dfrac{36 + x}{240} = 0,2$

ssi $36 + x = 0,2 \times 240$

ssi $36 + x = 48$

ssi $x = 48 - 36$

ssi $x = 12$

Donc $\boxed{\text{12 élèves}}$ doivent passer de la voiture au vélo pour que f("Vélo") $= 20\%$

ou Soit y le nombres d'élèves devant venir en vélo.

On veut f("Vélo") $= 0,2$ ssi $\dfrac{y}{240} = 0,2$ ssi $y = 0,2 \times 240$

ssi $y = 48$

Il y a déjà 36 élèves qui viennent en vélo.

Il faut donc que $48 - 36 = \boxed{\text{12 élèves}}$ passent de la voiture au vélo.

Ex 5 :

1) a) $\frac{1}{3} \xrightarrow{-2} \frac{-5}{3} \xrightarrow{x^2} \left(\frac{-5}{3}\right)^2 = \boxed{\frac{25}{9}}$

b) On peut remonter le programme en partant de 9

$9 \xrightarrow{\sqrt{x}} 3 \xrightarrow{+2} 5$

ou

$9 \xrightarrow{-\sqrt{x}} -3 \xrightarrow{+2} -1$

$\boxed{\text{On peut donc choisir } -1 \text{ ou } 5 \text{ au départ.}}$

Rem : On pourrait également associer la fonction g au programme A.

$g(x) = (x-2)^2$

On avait alors pour le a) : $g\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3} - 2\right)^2 = \left(\frac{-5}{3}\right)^2 = \frac{(-5)^2}{3^2} = \frac{25}{9}$

Puis pour la b) : $g(x) = 9$ ssi $(x-2)^2 = 9$

ssi $(x-2)^2 - 9 = 0$

ssi $(x-2)^2 - 3^2 = 0$

ssi $(x-2-3)(x-2+3) = 0$

ssi $(x-5)(x+1) = 0$

ssi $x-5 = 0$ ou $x+1 = 0$

ssi $x = 5$ ou $x = -1$

2) a) $f(x) = (x \times 3 - 4)x$

$$\boxed{\begin{aligned} &= x(3x-4) \\ &= 3x^2 - 4x \end{aligned}}$$

ⓑ On veut $f(x) = 0$ ssi $x(3x-4) = 0$

ssi $x = 0$ ou $3x - 4 = 0$

ssi $x = 0$ ou $3x = 4$

ssi $x = 0$ ou $x = \frac{4}{3}$

Le programme B renvoie 0 en choisissant au départ $\boxed{0 \text{ ou } \frac{4}{3}.}$

ⓒ On veut $f(x) = g(x)$

ssi $3x^2 - 4x = (x-2)^2$

ssi $3x^2 - \cancel{4x} = x^2 - \cancel{4x} + 4$

ssi $2x^2 = 4$

ssi $x^2 = 2$

ssi $x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$

Les programmes A et B donneront le même résultat en choisissant au départ $\boxed{-\sqrt{2} \text{ ou } \sqrt{2}.}$