Mathsapiens.fr

CRPE externe L3

- groupe 1 -

Session 2026

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

1) On a :

- $40\% \times 300 = \dfrac{40 \times 3\cancel{00}}{1\cancel{00}} = 120$ élèves qui font du sport
- $60\% \times 75 = 0{,}6 \times 75 = \dfrac{3}{5} \times 75 = 3 \times 15 = 45$ élèves qui font du sport et de la musique

On peut ainsi compléter le tableau d'effectifs :

$120 - 45 = 75$

$300 - 120 = 180$

	Musique	Pas de musique	Total
Sport	45	75	120
Pas de sport	30	150	180
Total	75	225	300

$75 - 45 = 30$ $180 - 30 = 150$ $300 - 75 = 225$

2) D'après le tableau, il y a 150 élèves (case centrale) qui ne pratiquent ni sport ni musique.

Il y a donc $300 - 150 = 150$ élèves qui font <u>au moins</u> sport ou musique.

On peut également retrouver ce résultat en additionnant les élèves qui font à la fois sport et musique (45), ceux qui font sport mais pas musique (75), et ceux qui font musique et pas sport (30) : $45 + 75 + 30 = 150$

Puis par équiprobabilité, la probabilité p_1 recherchée est égale à :

$$p_1 = \frac{\text{Nb d'élèves pratiquant au moins sport ou musique}}{\text{Nb total d'élèves}} = \frac{150}{300} \boxed{= \frac{1}{2} = 0{,}5}$$

3) $$p_2 = \frac{\text{Nb d'élèves pratiquant sport et musique}}{\text{Nb d'élèves pratiquant le sport}} = \frac{45}{120} = \frac{9 \times 5}{12 \times 10} = \frac{3 \times \cancel{3} \times \cancel{5}}{4 \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 2} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

Ex 2 :

1) On passe d'une étape n à l'étape $n+1$ en ajoutant une colonne de 3 carreaux à droite du motif.

2) Il y a 10 carreaux à l'étape 4.

Il y aura donc $10 + 3 =$ 13 carreaux à l'étape 5.

Puis comme on rajoute 3 carreaux par étape et que l'étape 20 se situe à $20 - 5 = 15$ étapes de l'étape 5, il faut ainsi rajouter $15 \times 3 = 45$ carreaux à ceux de l'étape 5.

Il y aura donc $13 + 45 =$ 58 carreaux à l'étape 20

Rem : On pouvait être tenté d'exprimer directement le nombre de carreaux en fonction de l'étape n pour répondre à cette question. Toutefois, une lecture préalable de l'énoncé montre que c'est l'objet de la question 4). Il fallait donc bien compter les carreaux "à la main" dans cette question 2).

3) On peut saisir : $\boxed{= B2 + 3}$

4) Notons f cette fonction : $f(n) = \underbrace{1}_{\text{nb de carreaux à l'étape 1}} + \underbrace{3}_{\text{nb de carreaux ajoutés par étape}}\underbrace{(n-1)}_{\text{décalage d'une étape car on commence à ajouter à partir de l'étape 2, pas 1.}}$

On a après simplification : $\boxed{f(n) = 3n - 2}$

Rem : les plus aguerris pourront parler de suite arithmétique et utiliser le formalisme des suites : $u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_{n+1} = u_n + 3$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = 1 + (n-1) \times 3 = 3n - 2$

5) • On veut $f(n) = 100$ ssi $3n - 2 = 100$

ssi $3n = 102$

ssi $n = \frac{102}{3}$

ssi $n = 34$

$\boxed{\text{Le motif aura bien 100 carreaux à l'étape 34 .}}$

• On veut $f(n) = 2000$ ssi $3n - 2 = 2000$

ssi $3n = 2002$

Or ceci n'est pas possible car 3 ne divise pas 2002 (la somme de ses chiffres vaut 4, qui n'est pas divisible par 3).

Dit autrement, $n = \frac{2002}{3}$ n'est pas entier $\left(\frac{2002}{3} \simeq 667,3\right)$

Donc $\boxed{\text{le motif ne sera jamais composé d'exactement 2000 carreaux.}}$

Ex 3 :

1) ⓐ Le pentagone ABCDE étant régulier, tous les angles au centre du cercle circonscrit ont même mesure. Comme il y a 5 angles au centre, on a : $\boxed{\widehat{DOC} = \frac{360}{5} = 72°}$

ⓑ [OC] et [OD] sont des rayons du cercle circonscrit, donc $OC = OD$.
Ainsi le triangle OCD est au moins isocèle en O.
Comme $\widehat{DOC} = 72°$, le triangle ne peut être ni équilatéral (il faudrait 60°), ni rectangle isocèle en O (il faudrait 90°). $\boxed{\text{Donc OCD est isocèle en O.}}$

(c) Comme le triangle OCD est isocèle en O, on a : $\widehat{DCO} = \widehat{CDO}$

Par ailleurs, la somme des mesures des angles d'un triangle vaut 180°.

Donc $\widehat{DCO} + \widehat{CDO} + \widehat{DOC} = 180°$

ssi $2\widehat{DCO} + 72° = 180°$

ssi $2\widehat{DCO} = 180° - 72°$

ssi $2\widehat{DCO} = 108°$

ssi $\widehat{DCO} = 54°$

Puis comme le pentagone ABCDE est régulier, les triangles OCD et OCB sont égaux. On a alors $\widehat{OCB} = \widehat{OCD} = 54°$

D'où $\widehat{DCB} = \widehat{DCO} + \widehat{OCB} = 54° + 54° = \boxed{108°}$

(d) Le pentagône ABCDE étant régulier, on a alors :

$\widehat{DCB} = \widehat{CBA} = \widehat{BAE} = \widehat{AED} = \widehat{EDC} = 108°$

La somme des angles du pentagone vaut donc $5 \times 108 = \boxed{540°}$

2) (a) . On a $KL = KJ$ donc JKL est isocèle en K

Puis comme $\widehat{JKL} = 90°$, $\boxed{\text{le triangle JKL est rectangle isocèle en K.}}$

. De même, $ML = MN$ et $\widehat{LMN} = 90°$

Donc $\boxed{\text{le triangle LMN est rectangle isocèle en M.}}$

(b) Les triangles JKL et LMN sont rectangles isocèles et $JK = KL = LM = MN$

Donc JKL et LMN sont des triangles égaux et leurs hypoténuses sont égales.

Ainsi $\boxed{JL = LN}$

Puis dans le triangle JKL rectangle en K, d'après le théorème de Pythagore,

$JL^2 = JK^2 + KL^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200$ D'où $\boxed{JL = \sqrt{200}\text{ cm}}$

On a donc $\boxed{JL = LN = \sqrt{200}\text{ cm}}$

Ex 4 :

$\boxed{\text{1) FAUX}}$

Il y a 3 solutions possibles : 123,1 ; 126,2 et 129,3

$\boxed{\text{2) FAUX}}$

20 est multiple de 4 et de 10, mais pas de 40

Rem : Si on ne trouve pas directement le contre-exemple immédiatement, il faut chercher le PPCM (plus petit multiple commun) des deux nombres.
$4 = 2^2$ et $10 = 2 \times 5$, donc $PPCM(4;10) = 2^2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$

$\boxed{\text{3) FAUX}}$

- Pour l'offre 1, on paie 150% du prix unitaire pour avoir 2 produits.
  Donc cela revient à 75% du prix pour 1 produit.
  Il y a donc une réduction de 25%.
- Pour l'offre 2, on paie 100% du prix unitaire pour avoir $1,5 = \frac{3}{2}$ produits.
  Donc cela revient à $\frac{100}{1,5}\% = \frac{2}{3} \times 100\% \approx 67\%$ du prix pour 1 produit.
  Il y a donc une réduction d'environ 33%, plus avantageuse que l'offre 1.

$\boxed{\text{4) VRAI}}$

$x \in \mathbb{D}$ (x est un nombre décimal) s'il peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{10^n}$ avec a et n des nombres entiers. Soit $x \in \mathbb{D}$, on a alors :

$$x \div 4 = \frac{a}{10^n} \div 4 = \frac{a}{10^n} \times \frac{1}{4} = \frac{a}{10^n} \times \frac{25}{100} = \frac{25a}{10^n \times 10^2} = \frac{25a}{10^{n+2}} = \frac{b}{10^m}$$

en posant $b = 25a$ qui est entier et $m = n+2$ qui est entier.

Donc $x \in \mathbb{D} \Rightarrow \frac{x}{4} \in \mathbb{D}$

Ex 5 :

1) U se situe sur la 8^{e} graduation en partant de O, et $x_U = 1$

Donc chaque graduation vaut $\frac{1}{8} = 0{,}125$

D'où $\boxed{a = x_A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5}$

et $\boxed{b = x_B = \frac{11}{8} = 1{,}375}$

2) ⓐ Notons I le milieu de [OA]

Comme $x_O = 0$, on a $x_I = \frac{1}{2} \cdot x_A = \frac{1}{2} \cdot a \boxed{= \frac{1}{4} = 0{,}25}$

ⓑ Notons J le milieu de [OB]

Comme $x_O = 0$, on a $x_J = \frac{1}{2} \cdot x_B = \frac{1}{2} \cdot b \boxed{= \frac{11}{16} = 0{,}6875}$

3) $P \in [AB]$ ssi $a \leqslant x_P \leqslant b$ ssi $0{,}5 \leqslant x_P \leqslant \frac{11}{8}$

• Comme $c < a$ puisque $0{,}45 < 0{,}5$, on a : $\boxed{C \notin [AB]}$

• On a : $\begin{cases} d = \frac{4}{3} = \frac{4 \times 8}{3 \times 8} = \frac{32}{24} \\ a = \frac{1}{2} = \frac{12}{24} \\ b = \frac{11}{8} = \frac{11 \times 3}{8 \times 3} = \frac{33}{24} \end{cases}$

Ainsi, $a \leqslant d \leqslant b$ donc $\boxed{D \in [AB]}$