Mathsapiens.fr

CRPE externe

- groupement 3 -

Session 2025

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

$\boxed{\text{1) FAUSSE}}$

Classons les 11 valeurs de la série par ordre croissant :

4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; $\boxed{10}$; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17

Comme il y a un nombre impair de valeurs, la médiane Me correspond à la valeur centrale, c'est-à-dire ici à la 6ᵉ valeur : Me = 10

$\boxed{\text{2) FAUSSE}}$

$V = \frac{d}{t} = \frac{100}{9{,}79}\ m.s^{-1} = \frac{100}{9{,}79} \times 3600\ m.h^{-1} = \frac{\cancel{100}}{9{,}79} \times \frac{3600}{\cancel{1000}}\ km.h^{-1}$

Ainsi $V = \frac{360}{9{,}79}\ km/h \approx 36{,}77\ km/h < 37\ km/h$

$\boxed{\text{3) FAUSSE}}$

L'aire d'un carré de côté c vaut : $\mathcal{A} = c^2$

$\boxed{\text{4) FAUSSE}}$

On a : (BC) et (DE) sécantes en A et (BD) // (CE)

D'après le théorème de Thalès : $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$

D'où $BD = \frac{CE \times AB}{AC} = \frac{CE \times AB}{AB + BC} = \frac{12 \times 3}{3+5} = \frac{4 \times 9}{8} = \frac{9}{2} = 4{,}5$ cm

car $B \in [AC]$

Ex 2 :

Notons ce nombre $mcdu$ et appelons-le x

avec m le chiffre des milliers
c ——— centaines
d ——— dizaines
u ——— unités

D'après l'indice F : $u = 4$, d'où $x = mcd4$

D'après l'indice C : $c = 2 \times u = 2 \times 4 = 8$ d'où $x = m8d4$

D'après les indices D et A : on a $m8$ qui est un multiple de 9 et qui est compris entre 10 et 39. Le seul multiple de 9 terminant par 8 compris entre 10 et 39 est 18.
D'où $m = 1$ et donc $x = 18d4$

Traduisons désormais les deux indices restant :

D'après l'indice B : x est un multiple de 3, donc la somme de ses chiffres est un multiple de 3. Ainsi, $1+8+d+4 = 13+d$ est un multiple de 3. d étant compris entre 0 et 9, il peut prendre les valeurs : 2 ; 5 ou 8.

D'après l'indice E : x n'est pas divisible par 4, donc le nombre formé par ses chiffres des dizaines et des unités ($d4$) n'est pas divisible par 4. D'après l'indice précédent, on teste les candidats pour d : $24 = 4 \times 6$; $54 = 4 \times 13 + 2$ et $84 = 4 \times 21$. Donc $d = 5$

conclusion : Le nombre recherché est $\boxed{1854}$

Ex 3 :

1) $\overline{M} = \frac{1}{9}(411+423+457+452+458+428+438+444+496) = \frac{4007}{9}$

D'où $\boxed{\overline{M} \approx 445 \text{ kg}}$

2) La part des déchets des ménages dans la production totale de déchets est de : $\frac{33,5}{310,5}$ $\boxed{\approx 11\ \%}$

3) ⓐ Le lotissement de 60 personnes produit $60 \times 88 = 5280$ kg de déchets verts. Utilisons maintenant un tableau de proportionnalité :

masse (t)	0,2	5,28
Volume (m^3)	1	x

D'où $0,2 . x = 5,28 \times 1 \iff x = \frac{5,28}{0,2} \iff x = 26,4\ m^3$

$\boxed{\text{Le lotissement produira } 26,4\ m^3 \text{ de déchets verts.}}$

ⓑ Le lotissement obtiendra une masse de compost de :

$0,55 \times 5280 = \boxed{2904 \text{ kg}}$

Ex 4 :

⇒ Partie A :

Afin de bien visualiser l'expérience aléatoire, nous pouvons dresser un tableau à double entrée. Il permettra de répondre plus facilement aux questions.

Dé à 6 faces \ Dé à 10 faces	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

1) Seule l'opération 5×7 permet d'obtenir 35.
Elle ne peut être effectuée qu'en tirant un 5 sur le dé à 6 faces et un 7 sur le dé à 10 faces. Comme nous sommes en situation d'équiprobabilité (les deux dés sont équilibrés), il y a bien une seule chance sur 60 d'obtenir 35 puisqu'il y a au total 60 tirages possibles. $\boxed{\text{La probabilité recherchée est donc } \frac{1}{60}}$

2) Il n'y a que 2 possibilités pour obtenir 16 : obtenir 4 sur chaque dé, ou obtenir 2 sur le dé à 6 faces et 8 sur le dé à 10 faces.
D'où $P(\text{“obtenir 16”}) = \dfrac{\text{Nb d'issues donnant 16}}{\text{Nb total d'issues}} = \dfrac{2}{60} = \boxed{\dfrac{1}{30}}$

3) Il y a 32 multiples de 3 dans le tableau, donc la probabilité recherchée est égale à : $P = \dfrac{32}{60} = \boxed{\dfrac{8}{15}}$

⇒ Partie B :

1) On obtient $\frac{10}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \boxed{3 + \frac{1}{3}}$

2) Pour que l'entier obtenu dans la décomposition soit égal à 0, il faut que le numérateur soit strictement inférieur au dénominateur.
Dénombrons tous les couples de dés qui permettent d'obtenir ce résultat, la première valeur du couple correspondant au dé à 10 faces.
On pourra s'aider du tableau de la partie A si nécessaire.

(1 ; 2) ; (1 ; 3) ; (1 ; 4) ; (1 ; 5) ; (1 ; 6)
(2 ; 3) ; (2 ; 4) ; (2 ; 5) ; (2 ; 6)
(3 ; 4) ; (3 ; 5) ; (3 ; 6)
(4 ; 5) ; (4 ; 6)
(5 ; 6)

Il y a 15 couples, d'où la probabilités p_0 recherchée est égale à :

$$p_0 = \frac{\text{Nb couples donnant pour entier } 0}{\text{Nb total de couples}} = \frac{15}{60} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

3) Il faut maintenant que le dé à 10 faces donne un nombre multiple de celui obtenu par le dé à 6 faces. Il y a 23 couples qui conviennent.
(1 ; 1) ; (2 ; 1) ; (2 ; 2) ; (3 ; 1) ; (3 ; 3) ; (4 ; 1) ; (4 ; 2) ; (4 ; 4) ; (5 ; 1) ; (5 ; 5) ; (6 ; 1) ; (6 ; 2) ; (6 ; 3) ; (6 ; 6) ; (7 ; 1) ; (8 ; 1) ; (8 ; 2) ; (8 ; 4) ; (9 ; 1) ; (9 ; 3) ; (10 ; 1) ; (10 ; 2) ; (10 ; 5).
⚠ Attention : le second dé ne doit pas dépasser 6 ⚠
La probabilité recherchée est donc égale à $\boxed{\frac{23}{60}}$

Ex 5 :

1) a) $V_{aileron} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125\pi}{12} \approx 32,7 \text{ cm}^3$

b) $V_{cylindre} = \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times h = \frac{25\pi}{4} \times h \text{ cm}^3$, avec h exprimée en cm

On veut $V_{cylindre} \geqslant V_{aileron}$

$$\Leftrightarrow \frac{25\pi}{4} \times h \geqslant \frac{125\pi}{12}$$

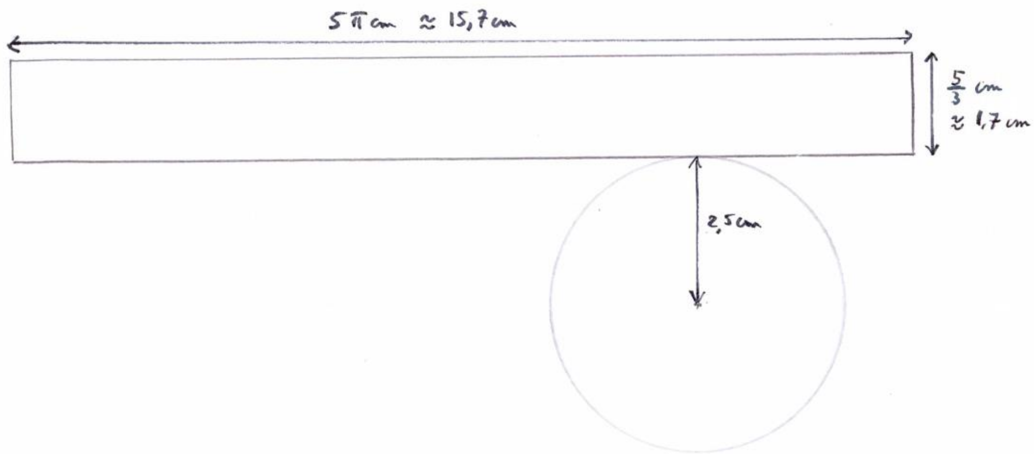
$$\Leftrightarrow h \geqslant \frac{\cancel{125}^{5}}{\cancel{12}_{3}} \times \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{25}_{1}}$$

$$\Leftrightarrow h \geqslant \frac{5}{3}$$

La hauteur minimale arrondie au millimètre est donc de 1,7 cm

c) Le périmètre du cercle sera la longueur du rectangle dans le patron.

Il vaut : $2\pi \times R = 2\pi \times 2,5 = 5\pi \approx 15,7$ cm



Le moule est un cylindre ouvert, donc on ne fera apparaître qu'un seul disque : celui de la base.

2) ⓐ On a $1\ cm^3 = 1\ mL$

Utilisons un tableau de proportionnalité :

Masse de cire (g)	90	x
Volume (mL)	100	$\frac{125\pi}{12}$

On a $100x = 90 \times \frac{125\pi}{12}$

D'où $x = \frac{90 \times 125}{12 \times 100} \times \pi = \frac{75}{8}\pi \approx 29\ g$ (au gramme près)

Il faudra faire fondre $\boxed{\text{environ } 29\ g \text{ de cire}}$

ⓑ Il y a ici deux réponses possibles :

* si on considère la valeur approchée de 29 g, on pourra faire $\boxed{34 \text{ bougies}}$ car $\frac{1000}{29} \approx 34,48 \in [34 ; 35[$

* si on considère la valeur exacte de $\frac{75\pi}{8}$ g, on pourra faire $\boxed{33 \text{ bougies}}$ car $\frac{1000}{\frac{75\pi}{8}} = \frac{8000}{75\pi} \approx 33,95 \in [33 ; 34[$

3) ⓐ La diagonale d'un carré de côté c mesure $c\sqrt{2}$

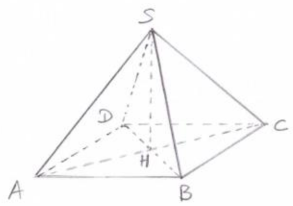
Donc la diagonale mesure ici $4\sqrt{2}$ cm $\boxed{\approx 5,7 \text{ cm}}$

Rem : On peut aussi utiliser le théorème de Pythagore puisque la diagonale sépare le carré en deux triangles rectangles isocèles égaux. On obtient ainsi : $d^2 = c^2 + c^2 = 4^2 + 4^2 = 2 \times 4^2$

Puis $d = \sqrt{2 \times 4^2} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm

(b) Notons ABCD le carré, S le sommet de la pyramide et H le pied de la hauteur (issue de S). H est donc le milieu des diagonales.

Voici un schéma :



Dans le triangle AHS rectangle en H,

D'après le théorème de Pythagore,

$SA^2 = AH^2 + HS^2$

D'où $HS^2 = SA^2 - AH^2 = 4^2 - \left(\frac{1}{2} AC\right)^2 = 4^2 - \left(\frac{1}{2} \times 4\sqrt{2}\right)^2 = 16 - (2\sqrt{2})^2 = 16 - 8 = 8$

Puis $HS = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2} \approx 2,8$ cm

La hauteur du moule de type B est $\boxed{\text{d'environ } 2,8 \text{ cm}}$

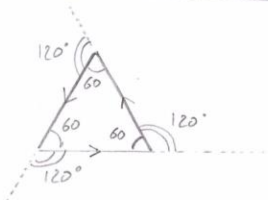
(c) On a $V_B = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABCD} \times HS = \frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{2} = \frac{32\sqrt{2}}{3} \approx 15,1 \text{ cm}^3$

Puis $V_B < V_{cuillère}$ car $V_{cuillère} \approx 32,7 \text{ cm}^3$

Donc $\boxed{\text{le moule B ne peut pas recevoir une louche pleine de cire.}}$

4) (a) L_1 : répéter $\boxed{3}$ fois

L_2 : tourner ↺ de $\boxed{120}$ degrés



(b) L_3 : répéter $\boxed{4}$ fois ← un carré possède 4 côtés

L_4 : avancer de $\boxed{40}$ pas ← 4 cm, avec 1 cm = 10 pas

L_5 : tourner ↺ de $\boxed{90}$ degrés ← un carré possède 4 angles droits

5) a) On peut saisir en B5 : $\boxed{= \text{SOMME}(B2 : B4)}$

OU $\boxed{= B2 + B3 + B4}$

b) On peut écrire en D2 : $\boxed{= 1{,}05 * (3 * B2 + 4 * C2)}$

OU Si on effectue le calcul des 5% au préalable, on peut écrire

en D2 : $\boxed{= 3{,}15 * B2 + 4{,}2 * C2}$

c) Il y a $12 + 10 + 7 = 29$ bougies de type A qui nécessitent au total $29 \times 3 = 87$ cm de mèche.

De même, il y a $13 + 15 + 17 = 45$ bougies de type B qui nécessitent au total $45 \times 4 = 180$ cm de mèche.

Il faut donc en tout $87 + 180 = 267$ cm de mèche.

En ajoutant les 5% de majoration, la directrice devra commander $1{,}05 \times 267 = \boxed{280{,}35 \text{ cm de mèche}}$ qu'elle majorera certainement à $\boxed{281 \text{ cm de mèche.}}$ (aucune consigne d'arrondi n'est donnée par l'énoncé).