Mathsapiens.fr

CRPE externe

- groupe 2 -

Session 2025

Correction de l'épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

1) Affirmation 1 : $\boxed{\text{Fausse}}$

$\frac{35}{7} = 5 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{D}$ donc $\frac{35}{7} \in \mathbb{D}$

2) Affirmation 2 : $\boxed{\text{Vraie}}$

$22{,}9 = \frac{229}{10} \in \mathbb{Q}$

3) Affirmation 3 : $\boxed{\text{Vraie}}$

Soit $n \in \mathbb{Z}$, on a :

$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) + (n+5) + (n+6) = 7n + 21 = 7(n+3) = 7k$ avec $k \in \mathbb{Z}$

4) Affirmation 4 : $\boxed{\text{Vraie}}$

$496 = 2 \times 248 = 2^2 \times 124 = 2^3 \times 62 = 2^4 \times 31$

2×31 4×31 8×31

Les diviseurs stricts de 496 sont donc : $1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 31 ; 62 ; 124 ; 248$

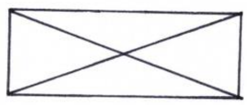
Puis $1+2+4+8+16+31+62+124+248 = 15 + 47 + 124 + 310 = 62 + 434 = 496$

5) Affirmation 5 : $\boxed{\text{Fausse}}$

En prenant $x = \frac{1}{4}$, on a $\sqrt{x} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} > x$

6) Affirmation 6 : $\boxed{\text{Fausse}}$

Un schéma permet de s'en convaincre :



Par contre, cette propriété serait vraie pour un losange et pour un carré.

Ex 2 :

1) On a : $t = \dfrac{\underset{\text{final}}{V_{\text{crème}}} - \underset{\text{initial}}{V_{\text{lait}}}}{\underset{\text{initial}}{V_{\text{lait}}}} = \dfrac{1-8}{8} = \dfrac{-7}{8} = -0{,}875 = \boxed{-87{,}5\,\%}$

La réduction de volume est bien de 87,5 %

2) Chaque jour, les vaches produisent $248 \times 30 = 7440$ L de lait.

Ce volume de lait permet de faire $\dfrac{7440}{8} = 930$ L de crème fraiche.

Puis ce volume de crème permet d'obtenir $\dfrac{930}{3} = \boxed{310 \text{ kg de beurre}}$

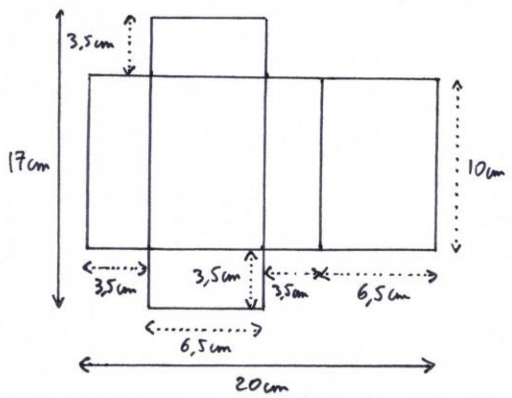
3) a) $V_{\text{plaquette}} = L \times l \times h = 10 \times 6{,}5 \times 3{,}5 = \boxed{227{,}5 \text{ cm}^3}$

b) $\rho_{\text{beurre}} = \dfrac{m_{\text{plaquette}}}{V_{\text{plaquette}}} = \dfrac{\overset{[\text{kg}]}{0{,}25}}{\underset{[\text{dm}^3] = [\text{L}]}{0{,}2275}} \approx 1{,}10$ kg/L

or $\rho_{\text{lait}} = 1{,}03$ kg/L donc $\boxed{\rho_{\text{beurre}} > \rho_{\text{lait}}}$

4) a) Dessinons le patron de la plaquette de beurre assimilée à un pavé droit de dimensions : 10 cm × 6,5 cm × 3,5 cm

le schéma n'est pas à l'échelle :



Le patron (de dimensions strictement minimales) peut être découpé dans une feuille de dimensions 20 cm × 17 cm, cette feuille étant elle-même incluse dans la feuille rectangulaire de dimensions 23 cm × 20 cm.

b) Les surfaces supérieures et inférieures ont une aire $\mathcal{A}_1 = 10 \times 6,5 = 65 \text{ cm}^2$

Les petites surfaces latérales ont une aire $\mathcal{A}_2 = 3,5 \times 6,5 = 22,75 \text{ cm}^2$

Les grandes surfaces latérales ont une aire $\mathcal{A}_3 = 10 \times 3,5 = 35 \text{ cm}^2$

D'où l'aire totale :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 2\mathcal{A}_1 + 2\mathcal{A}_2 + 2\mathcal{A}_3 \\ &= 2 \times 65 + 2 \times 22,75 + 2 \times 35 \\ &= 130 + 45,5 + 70 \\ &= \boxed{245,5 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

c) La feuille de papier alimentaire a une aire $\mathcal{A}_4$ qui vaut :

$\mathcal{A}_4 = 23 \times 20 = 460 \text{ cm}^2$

D'où l'aire $\mathcal{A}$ représente $\dfrac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}_4} = \dfrac{245,5}{460} \approx 0,53 \approx 53\% < 60\%$

de l'aire $\mathcal{A}_4$ de la feuille de papier alimentaire.

Ainsi, $\boxed{\text{Claire a tort.}}$

⚠ Surtout pas " ; "

5) a) On peut saisir en B9 : $\boxed{= \text{SOMME}(B3 : B8)}$

b) On peut saisir en C3 : $\boxed{= 2,5 * B3}$

Ex 3 :

Notons les événements : M : "J-B a mordu"

D : "J-B a dépassé la planche"

T : "J-B a touché la planche"

R : "J-B a réussi le saut"

Les événements D, T et R sont équiprobables, donc $P(D) = P(T) = P(R) = \frac{1}{3}$

$M = D \cup T$ d'où $P(M) = P(D \cup T) \underset{\text{D et T incompatibles}}{=} P(D) + P(T) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Puis $\overline{M} = R$ d'où $P(\overline{M}) = P(R) = \frac{1}{3}$

1) Les deux sauts étant indépendants, on a la probabilité recherchée qui vaut : $P(R) \times P(R) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{9}}$

2) De même, la probabilité recherchée vaut :

$P(M) \times P(R) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \boxed{\frac{2}{9}}$

voir question précédente

3) J-B peut mordre soit au premier avec une probabilité de $\frac{2}{9}$, soit au deuxième saut avec une probabilité $P(R) \times P(M) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

D'où la probabilité recherchée vaut $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \boxed{\frac{4}{9}}$

4) Il s'agit du contraire de l'événement relatif à la première question.

D'où la probabilité recherchée est $1 - \frac{1}{9} = \boxed{\frac{8}{9}}$

Ex 4 :

1) On a $(IA) \perp (IJ)$ et $(JB) \perp (IJ)$, donc $(IA) // (JB)$

De plus, les droites (AB) et (IJ) sont sécantes en P

D'après le théorème de Thalès, $\frac{PI}{PJ} = \frac{PA}{PB} = \frac{IA}{JB}$

D'où $\frac{PI}{PJ} = \frac{IA}{JB}$ ssi $PI = \frac{IA \times PJ}{JB}$

ssi $PI = \frac{30 \times (IJ - PI)}{46}$

ssi $PI = \frac{30(120 - PI)}{46}$

ssi $46PI = 3600 - 30PI$

ssi $76PI = 3600$

ssi $PI = \frac{3600}{76}$

ssi $\boxed{PI \approx 47 \text{ m}}$

2) a) Dans le triangle API rectangle en I,

D'après le théorème de Pythagore,

$AP^2 = AI^2 + IP^2 = 30^2 + x^2 = \boxed{900 + x^2}$

Puis dans le triangle PJB rectangle en J,

D'après le théorème de Pythagore,

$PB^2 = JB^2 + PJ^2 = 46^2 + (IJ - PI)^2 = 2116 + (120 - x)^2 = \boxed{x^2 - 240x + 16516}$

ⓑ On veut $AP = PB$

D'où $AP^2 = PB^2$ ssi $\cancel{x^2} + 900 = \cancel{x^2} - 240x + 16516$

ssi $240x = 16516 - 900$

ssi $240x = 15616$

ssi $x = \frac{15616}{240} = \frac{976}{15}$

ssi $\boxed{x \approx 65 \text{ m}}$

3) ⓐ On a : $AP^2 = x^2 + 900 = \left(\frac{976}{15}\right)^2 + 900 = \frac{1\,155\,076}{225}$

Puis $AP = \frac{2\sqrt{288\,769}}{15}$ m

Son trajet mesure donc $2 \cdot AP = 4 \times \frac{\sqrt{288\,769}}{15} \approx 143,3$ m

Sa vitesse est de $4,5$ km/h $= \frac{4500}{3600}$ m/s $= 1,25$ m/s

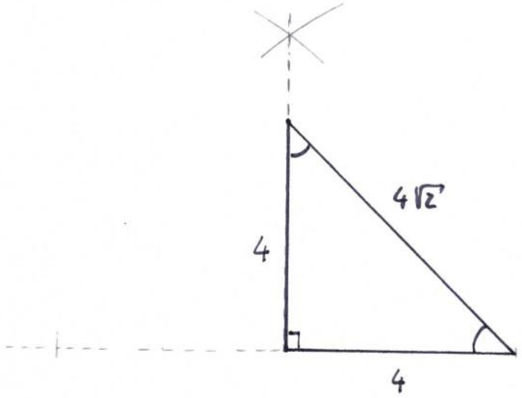
Puis $V = \frac{d}{t}$ d'où il lui faudra $t = \frac{d}{V} \approx \frac{143,3}{1,25}$ $\boxed{\approx 115 \text{ s}}$

pour effectuer le trajet, c'est-à-dire $\boxed{\text{1 min et 55 s environ}}$

ⓑ $V = \frac{d}{t} \approx \frac{143,3}{57} \times \frac{3600}{1000}$ $\boxed{\approx 9 \text{ km/h}}$

Ex 5 :

1) Il s'agit d'un triangle rectangle isocèle de côtés 4 cm, 4 cm et $4\sqrt{2}$ cm.



On trace un segment horizontal de 4 cm, puis la perpendiculaire à ce segment passant par une des extrémités à l'aide du compas. On mesure 4 cm pour tracer le segment vertical puis on relie pour obtenir le côté de mesure $4\sqrt{2}$ cm avec précision.

2) A la fin du programme, le lutin est orienté $\boxed{\text{vers le bas (180°)}}$

3)

Programme A → Figure 3
Programme B → Figure 1
Programme C → Figure 4