Mathsapiens.fr

CRPE externe

- groupe 1 -

Session 2025

Correction de l’épreuve de Mathématiques

Ex 1 :

1) * Coût pour l'organisme A : $c_A = 1500 + 24 \times 100 = 1500 + 2400 = 3900$ €

* Coût pour l'organisme B : $c_B = 2000 + 24 \times 85 = 2000 + 2040 = 4040$ €

* conclusion : $c_A < c_B$

Donc $\boxed{\text{l'organisme A propose un devis plus avantageux pour 24 élèves.}}$

2) ⓐ $\boxed{f(x) = 1500 + 100x}$ et $\boxed{g(x) = 2000 + 85x}$

ⓑ $f(x) = 4300$ ssi $1500 + 100x = 4300$

ssi $100x = 4300 - 1500$

ssi $100x = 2800$

ssi $x = 28$

$$\boxed{\mathcal{S} = \{28\}}$$

Interprétation : $\boxed{\text{Avec 4300 €, l'organisme A permet d'amener 28 élèves.}}$

ⓒ On veut : $g(x) < f(x)$ ssi $2000 + 85x < 1500 + 100x$

ssi $85x - 100x < 1500 - 2000$

ssi $-15x < -500$

ssi $15x > 500$

ssi $x > \dfrac{500}{15}$

or $\dfrac{500}{15} = \dfrac{100}{3} \approx 33,3$

et x est un entier compris entre 1 et 110 : $x \in [\![1 ; 110]\!]$

Donc $\boxed{\text{l'organisme B est plus avantageux à partir de 34 élèves.}}$

3) a) La mairie prend en charge $\frac{2}{5}$ du coût total, donc il reste à payer :

$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ du coût total.

La coopérative prend en charge 50% de $\frac{3}{5}$, c'est-à-dire :

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$ du coût total.

Il reste donc à la charge des familles :

$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10}\right) = 1 - \left(\frac{4}{10} + \frac{3}{10}\right) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \boxed{\frac{3}{10} \text{ du coût total.}}$

b) $g(44) = 2000 + 44 \times 85 = 2000 + 3740 = 5740$

Donc le coût total est de 5740 €

Nous avons vu dans la question précédente (réponse intermédiaire)

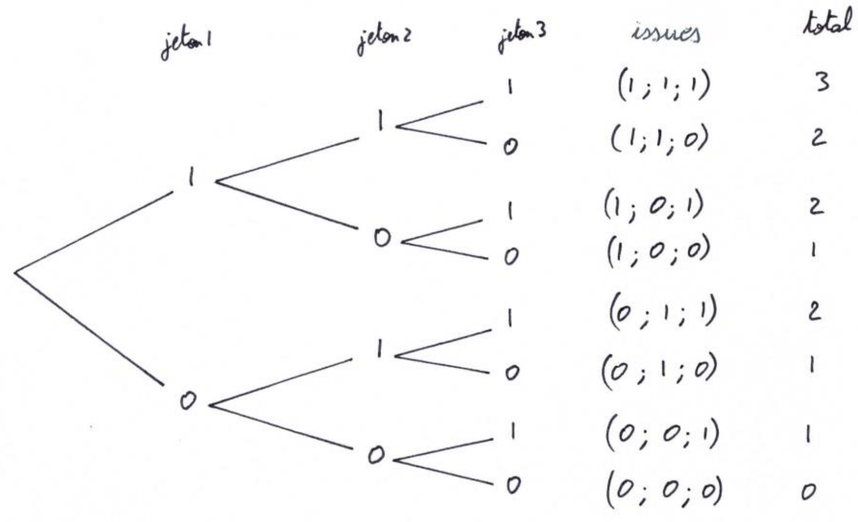
que la coopérative prend en charge $\frac{3}{10}$ du coût total, c'est-à-dire :

$\frac{3}{10} \times 5740 = \frac{17\,220}{10} = 1722$ €

Par élève, cette prise en charge revient à : $\frac{1722}{44} \boxed{\approx 39 \text{ €}}$ (à l'euro près)

Ex 2 :

Modélisation :



1) Il y a 8 issues possibles et seule une $(1;1;1)$ permet d'obtenir 3.

La probabilité d'obtenir 3 est donc de $\boxed{\frac{1}{8}}$

2) Les issues permettant d'obtenir 3 ou 0 possèdent forcément 3 jetons identiques.

Les issues permettant d'obtenir 2 possèdent forcément 2 jetons sur la face 1.

Les issues permettant d'obtenir 1 possèdent forcément 2 jetons sur la face 0.

Donc $\boxed{\text{Jeanne a raison.}}$

3) Seules 2 issues ont 3 faces identiques : $(0;0;0)$ et $(1;1;1)$

Comme il y a 8 issues possibles, la probabilité d'obtenir 3 faces identiques est de : $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$

Donc $\boxed{\text{Olivier a tort}}$

Ex 3 :

⇒ Partie A :

1) $V_{fosse} = L \times \ell \times h = 30 \times 15 \times 3 = 30 \times 45 = \boxed{1350 \text{ m}^3}$

2) $V_{final} = V_{initial} + 0{,}25 \times V_{initial} = (1 + 0{,}25) \cdot V_{initial} = 1{,}25 \times 1350 = \boxed{1687{,}5 \text{ m}^3}$

3) $\dfrac{V_{final}}{V_{benne}} = \dfrac{1687{,}5}{30} = 56{,}25$ donc il faudra $\boxed{57 \text{ bennes}}$

⇒ Partie B :

1) $P_{augmentation} = \dfrac{V_{chaud} - V_{froid}}{V_{froid}} = \dfrac{564\,000 - 562\,100}{562\,100} = \dfrac{1900}{562\,100} \approx 0{,}0034$

D'où $\boxed{P_{augmentation} \approx 0{,}34\ \%}$

2) $V_{eau} = L_{piscine} \times \ell_{piscine} \times h_{eau}$ et $V_{eau} = 564\,000$ litres $= 564 \text{ m}^3$

D'où $h_{eau} = \dfrac{V_{eau}}{L_{piscine} \times \ell_{piscine}} = \dfrac{564}{25 \times 12{,}5} = \dfrac{564}{312{,}5} = 1{,}8048 \boxed{\approx 1{,}80 \text{ m}}$

⇒ Partie C :

1) L'élève parcourt une distance de $16 \times 25 = 400$ m en 10 minutes.

Sa vitesse est donc de $\boxed{40 \text{ m/min}} = \dfrac{40}{1000}$ km/min $= \dfrac{40 \times 60}{1000}$ km/h $\boxed{= 2{,}4 \text{ km/h}}$

2) $V = \dfrac{d}{t}$ donc $d = V \times t$ or $V = 0{,}6$ m/s $= 0{,}6 \times 60$ m/min $= 36$ m/min

D'où $d = 36 \times 10 = 360$ m

Il a donc parcouru $\dfrac{360}{25} = \boxed{14{,}4 \text{ longueurs.}}$

3) ⓐ On peut saisir en B3 : $\boxed{= B2 * 25}$

ⓑ Sur 9 élèves, 6 ont parcouru au moins 12 longueurs.

La proportion recherchée est donc de $\frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3}}$

ⓒ On classe les 9 valeurs dans l'ordre croissant :

10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 14 ; 15 ; 16

La médiane est la valeur centrale, i.e. la 5ème valeur ici.

$\boxed{Me = 13}$ longueurs

Interprétation : Au moins la moitié des élèves a parcouru plus de 13 longueurs.

ⓓ $\bar{M} = \frac{1}{9}(10 + 11 + 11 + 12 + 13 + 14 + 14 + 15 + 16) = \frac{1}{9} \times 116 \approx 12,9$ longueurs

ⓔ Notons x le nombre de longueurs que l'élève absent aurait dû parcourir.

On veut $\bar{M} = 13$ ssi $\frac{1}{10}(116 + x) = 13$

ssi $116 + x = 130$

ssi $x = 130 - 116$

ssi $x = 14$

L'élève aurait dû parcourir 14 longueurs.

Ex 4 :

1) Comme $a \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, tout multiple strictement positif de 45 convient pour a.

En effet, si $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, $\frac{a}{45} = \frac{45 \times k}{45} = k$

On peut donc choisir simplement $\boxed{a = 45}$ car $\frac{45}{45} = 1$

On pourrait aussi choisir $a = 90$, $a = 135$, $a = 180$, ...

2) On veut tous les diviseurs positifs de $45 = 9 \times 5 = 3^2 \times 5$

D'où $b \in \{3^0 \times 5^0 ; 3^0 \times 5^1 ; 3^1 \times 5^0 ; 3^1 \times 5^1 ; 3^2 \times 5^0 ; 3^2 \times 5^1\}$

i.e. $b \in \{1 ; 5 ; 3 ; 15 ; 9 ; 45\}$

Par commodité de lecture, dans l'ordre croissant : $\boxed{b \in \{1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45\}}$

3) Pour $\boxed{c = 9}$, on a $\frac{9}{45} = \frac{1}{5} = 0,2 \in \mathbb{D} \setminus \mathbb{N}$

4) Pour $\boxed{d = 10}$, on a $\frac{45}{10} = 4,5 \in \mathbb{D} \setminus \mathbb{N}$

5) Pour $\boxed{e = 15}$, on a $\frac{15}{45} = \frac{1}{3} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{D}$

Ex 5 :

1) La figure $\boxed{C}$ a la plus grande aire.

2) La figure $\boxed{H}$ a la plus petite aire.

3) Les figures $\boxed{C, H, I \text{ et } J}$ ont le même périmètre mais des aires différentes.

4) Trois paires de figures possédant la même aire mais des périmètres différents :

$\boxed{\{A ; G\} ; \{B ; J\} \text{ et } \{E ; I\}}$

Ex 6 :

1) La pyramide SABCD est régulière.

Les 4 faces latérales sont des triangles équilatéraux superposables.

On a ainsi $SA = SC = 4$ cm

Donc le triangle ASC est isocèle en C.

Par ailleurs, [AC] est une diagonale du carré ABCD de côté 4 cm,

donc dans le triangle ABC rectangle en B,

D'après le théorème de Pythagore,

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$

Or $SA^2 + SC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$

On a ainsi $AC^2 = SA^2 + SC^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ASC est rectangle en S.

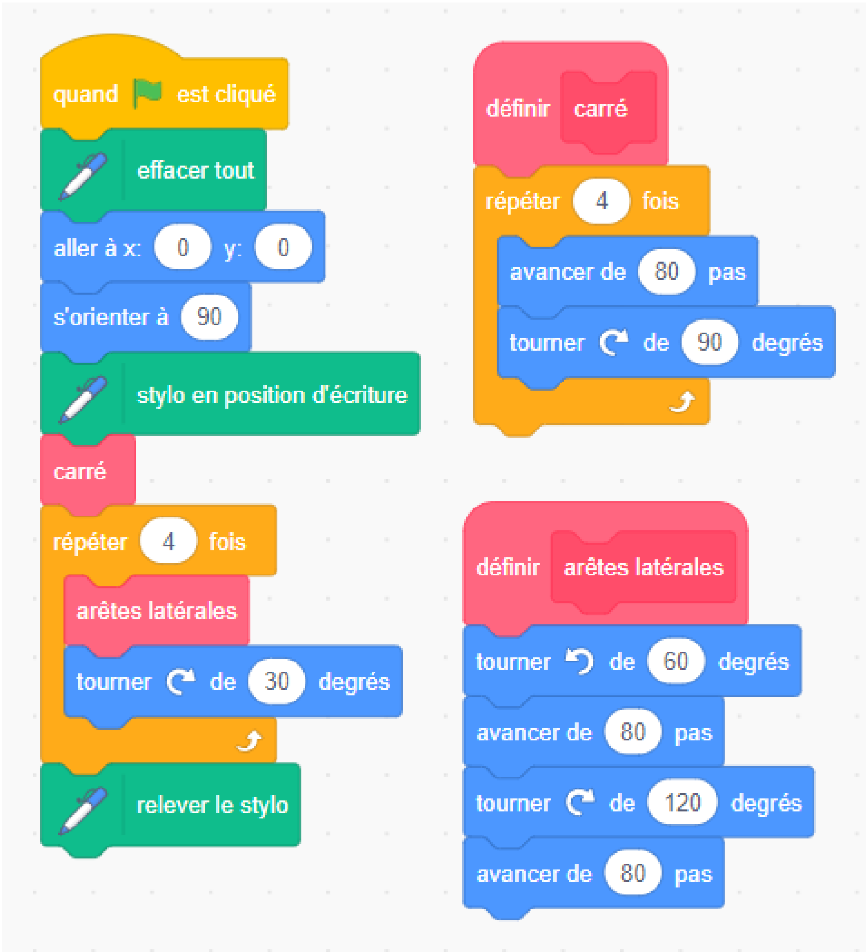
Conclusion : $\boxed{\text{le triangle ASC est rectangle isocèle en S.}}$

2) * $\boxed{\text{la figure 1 est un patron}}$ de la pyramide SABCD car on retrouve la base carrée ainsi que les 4 faces équilatérales dépliées.

* $\boxed{\text{la figure 2 n'est pas un patron}}$ de la pyramide car lors du pliage, les faces T3 et T4 se superposent.

* $\boxed{\text{la figure 3 n'est pas un patron}}$ de la pyramide car les faces T1 et T4 sont seulement isocèles, pas équilatérales.

3) $\boxed{\text{M : 80}}$; $\boxed{\text{N : 90}}$; $\boxed{\text{P : 80}}$; $\boxed{\text{R : 60}}$ et $\boxed{\text{T : 4}}$


quand est cliqué
effacer tout
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
stylo en position d'écriture
carré
répéter 4 fois
arêtes latérales
tourner de 30 degrés
relever le stylo
définir carré
répéter 4 fois
avancer de 80 pas
tourner de 90 degrés
définir arêtes latérales
tourner de 60 degrés
avancer de 80 pas
tourner de 120 degrés
avancer de 80 pas