Ex 1 :

1) FAUSSE

Il y a au total $11+4+7+5+2+1+1 = 31$ valeurs dans cette série.

La médiane est donc la 16ème valeur lorsque ces valeurs sont classées par ordre croissant. D'après les effectifs cumulés croissants, on observe que les valeurs n°1 à n°11 sont de 1200 €, les valeurs n°12 à n°15 sont de 1400 € puis les valeurs n°16 à n°22 sont de 1600 €.

D'où $M_e = 1600$ € $\neq 1800$ €

2) FAUSSE

Prenons pour contre-exemple $a = \frac{1}{10} \in \mathbb{D}$ et $b = \frac{3}{10} \in \mathbb{D}$

On a : $\frac{a}{b} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{10}}{3} = \frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

3) FAUSSE

Paul mange $\frac{2}{5} \times 40 = 2 \times 8 = 16$ gâteaux, donc il lui en reste $40 - 16 = 24$.

Puis il donne à sa sœur $\frac{3}{8} \times 24 = 3 \times 3 = 9$ gâteaux $\neq 15$ gâteaux

4) VRAIE

On a : $\begin{cases} a = 13q + 9 \\ b = 13q' + 4 \end{cases}$ avec $q \in \mathbb{Z}$ et $q' \in \mathbb{Z}$

D'où $a+b = 13q + 9 + 13q' + 4 = 13(q+q') + 13 = 13(q+q'+1) = 13 \times q''$

avec $q'' \in \mathbb{Z}$

5) VRAIE

Soient $f : x \longmapsto mx$ une fonction linéaire, et a et b deux nombres quelconques.

$f(a+b) = m(a+b) = m.a + m.b = f(a) + f(b)$

Ex 2 :

Nous pouvons modéliser l'expérience aléatoire à l'aide d'un tableau à double entrée :

Dé 2 \ Dé 1	1	2	3	4	5	6
1	1000	50	50	50	50	50
2	50	200	50	50	50	50
3	50	50	300	50	50	50
4	50	50	50	400	50	50
5	50	50	50	50	500	50
6	50	50	50	50	50	600

1) Les dés ne sont pas truqués donc chacun des couples dans le tableau précédent a la même probabilité.
Il y a au total $6 \times 6 = 36$ couples possibles.
Seul le couple $(1;1)$ permet d'obtenir 1000 points en un seul lancer.
Donc $\boxed{P(\text{"terminer le jeu avec un seul lancer"}) = \frac{1}{36}}$

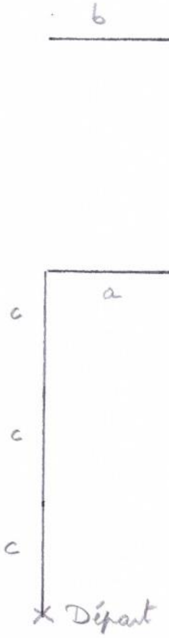
2) a) 650 n'est pas un multiple de 100, donc ce score a été obtenu avec : $600 + 50$ ou $50 + 600$
Ainsi, pour obtenir 650 points en 2 lancers, il faut que :
l'un des deux lancers soit une paire de 6, et l'autre lancer ne soit pas une paire.

b) Pour terminer le jeu avec un 3ème lancer, il faut que ce dernier rapporte au moins $1000 - 650 = 350$ points.
Il y a 4 paires qui permettent ceci : les paires de 1, de 4, de 5 et de 6.
D'où $P(\text{"terminer le jeu avec un 3e lancer"}) = \frac{4}{36} = \boxed{\frac{1}{9}}$

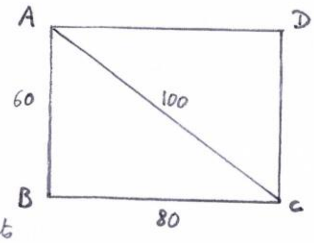
Ex 3 :

1) Les programmes permettent de se déplacer vers la droite (touche a), vers la gauche (touche b) et vers le haut (touche c), mais pas vers le bas.
Ainsi, la $\boxed{\text{proposition 3}}$ qui nécessite un déplacement vers le bas ne pourra pas être réalisée.

2) On prend 1 cm pour 10 pas, donc 2 cm pour chaque déplacement de 20 pas.



3) Dans le triangle ABC rectangle en B
D'après le théorème de Pythagore,
$AC^2 = AB^2 + BC^2$ ssi $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 100^2 - 80^2 = 3600$
Puis $AB = \sqrt{3600} = 60$ pas



Ainsi, les longueurs AD et BC nécessitent $\frac{80}{20} = 4$ déplacements
et les largeurs AB et CD nécessitent $\frac{60}{20} = 3$ déplacements.
La touche d permet un déplacement de 20 pas vers le bas.
Donc pour obtenir le rectangle ABCD ci-contre, on peut réaliser l'enchaînement suivant : $\boxed{\text{d d d a a a a c c c b b b b}}$ qui permet d'aller du point A au point D en passant par B et C.

Ex 4 :

⇒ Partie A :

1) a) La dalle est un prisme droit de hauteur $h = 15\text{ cm} = 0{,}15\text{ m}$ et qui a pour base le polygone ABED.

D'où $\mathcal{V}_{dalle} = \mathcal{A}_{ABED} \times h$

ssi $\mathcal{A}_{ABED} = \dfrac{\mathcal{V}_{dalle}}{h} = \dfrac{9{,}825}{0{,}15} = \boxed{65{,}5\text{ m}^2}$

[m³]

[m]

b) Le polygone ABED est un trapèze, donc :

$\mathcal{A}_{ABED} = \dfrac{(AB + DE) \times AD}{2} \leftarrow \dfrac{(\text{Petite base} + \text{Grande base}) \times \text{hauteur}}{2}$

ssi $AB + DE = \dfrac{2 \times \mathcal{A}_{ABED}}{AD}$

ssi $DE = \dfrac{2 \times 65{,}5}{5} - AB$

ssi $DE = 26{,}2 - 10$

ssi $DE = 16{,}2\text{ m}$

Puis $C \in [DE]$, donc $CE = DE - DC = 16{,}2 - 10 = \boxed{6{,}2\text{ m}}$

Rem : On pouvait aussi utiliser $\mathcal{A}_{ABED} = \mathcal{A}_{ABCD} + \mathcal{A}_{BCE} = AD \times DC + \frac{1}{2} BC \times CE$

2) Pour que la dalle de la cabane de jardin ait une hauteur de $15\text{ cm} = 0{,}15\text{ m}$, il faut un volume de béton de : $\mathcal{V}_{cab} = 5 \times 3 \times 0{,}15 = 2{,}25\text{ m}^3$

Or il ne restera que $12 - \mathcal{V}_{dalle} = 12 - 9{,}825 = 2{,}175\text{ m}^3$ de béton.

On a $\mathcal{V}_{cab} > 2{,}175\text{ m}^3$ donc $\boxed{\text{elle ne pourra pas obtenir une dalle de 15 cm.}}$

⇒ Partie B :

1) On pourra écrire en C2 : $\boxed{= 1,2 * B2}$

ou $\boxed{= B2 + 0,2 * B2}$

2) On pourra écrire en E2 : $\boxed{= A2 * C2 + D2}$

3) $p = \dfrac{\text{frais de livraison}}{\text{prix total}} = \dfrac{58}{526} \approx 0,11$

Donc les frais de livraison représentent $\boxed{\text{environ } 11\%}$ du prix total de $3\ m^3$ de béton.

4) Pour obtenir les $12\ m^3$, il faudra une première livraison de $7\ m^3$ correspondant à la capacité maximale d'un camion-toupie pour un prix total de $7 \times 156 + 58 = 1150$ €, puis une seconde livraison de $5\ m^3$ pour un prix total de $5 \times 156 + 58 = 838$ €

Ainsi, le coût total pour $12\ m^3$ de béton sera de $1150 + 838 = \boxed{1988 \text{ €}}$

⇒ Partie C :

1) $P_{sable} = \dfrac{\text{poids sable}}{\text{poids total}} = \dfrac{\text{poids sable}}{\text{poids sable} + \text{poids gravier}} = \dfrac{120}{120+180} = \dfrac{120}{300} = \dfrac{2}{5}$

Ainsi, il y a $\dfrac{2}{5} = \boxed{40\% \text{ de sable dans ce mélange.}}$

2) Notons x la quantité de sable pour avoir 55 % de sable dans le mélange.

Ainsi, $\dfrac{x}{x+180} = 0,55$ ssi $x = 0,55(x+180)$

ssi $x = 0,55x + 0,55 \times 180$

ssi $x - 0,55x = 99$

ssi $0,45x = 99$

ssi $x = \dfrac{99}{0,45}$

ssi $x = 220$

Il faut donc au total 220 kg de sable.

Claire doit donc rajouter $220 - 120 = \boxed{100 \text{ kg de sable.}}$

3) Le mélange à 55 % de sable pèse $180 + 220 = 400$ kg.

Il est conseillé d'ajouter 250 kg de ciment pour 1000 kg de mélange, ce qui revient à 0,25 kg de ciment pour 1 kg de mélange.

Pour 400 kg de mélange, par proportionnalité, il faut donc ajouter $400 \times 0,25 = 100$ kg de ciment.

Le ciment est vendu par sac de 35 kg, donc il faudra acheter 3 sacs car $\dfrac{100}{35} \approx 2,9 \in]2\,;3]$

Claire va donc payer $3 \times 7,75 = \boxed{23,25 \text{ € pour son ciment.}}$

Ex 5 :

1) ⓐ On obtient M_3 à partir de M en faisant $\boxed{\text{la symétrie d'axe (AB).}}$

Rem : En notant I le milieu de $[AB]$, on pourrait également considérer la symétrie de centre I, ou encore la rotation de centre I et d'angle $180°$ (dans le sens horaire ou anti-horaire).

ⓑ On obtient M_1 à partir de M en faisant une $\boxed{\text{rotation de centre } C \text{ et d'angle } 90° \text{ dans le sens anti-horaire.}}$

2) ⓐ Le triangle CAB est rectangle en B donc les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BCA}$ sont complémentaires. De plus, $BA = BC$ donc le triangle CAB est rectangle isocèle en B. Ainsi, $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BCA}$ ont même mesure.

D'où $2 . \widehat{CAB} = 90°$ ssi $\boxed{\widehat{CAB} = 45°}$

ⓑ Par construction, les triangles CAB et DAE sont égaux, donc $\widehat{EAD} = \widehat{EDA} = 45°$

Ainsi, $\widehat{EAB} = \widehat{EAD} + \widehat{CAD} + \widehat{CAB} = 45 + 41 + 45 = 131°$

Par ailleurs, par symétrie dans le pentagone de la figure 2, on a $AD = AC$ donc le triangle ADC est isocèle en A.

Ainsi, $\widehat{ACD} = \widehat{ADC} = \frac{1}{2}\left(180° - \widehat{CAD}\right) = \frac{1}{2}(180° - 41°) = 69{,}5°$

Puis $\widehat{BCD} = \widehat{BCA} + \widehat{ACD} = 45 + 69{,}5 = 114{,}5°$

Et par symétrie, $\widehat{CDE} = \widehat{BCD} = 114{,}5°$

D'où : $\boxed{\widehat{EAB} = 131° \ ; \ \widehat{ABC} = \widehat{DEA} = 90° \text{ et } \widehat{BCD} = \widehat{CDE} = 114{,}5°}$

c) La somme des angles du pentagone ABCDE est de :

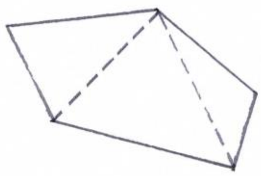
$131 + 2 \times 90 + 2 \times 114,5 = \boxed{540°}$

d) Tout pentagone simple peut être décomposé en 3 triangles, dont la somme des angles de chacun est de 180°.

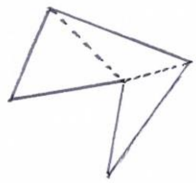
Ainsi, la somme des angles d'un pentagone simple est de :

$3 \times 180° = \boxed{540°}$

Cette règle reste valable que le pentagone soit convexe ou non :



pentagone convexe



pentagone non-convexe