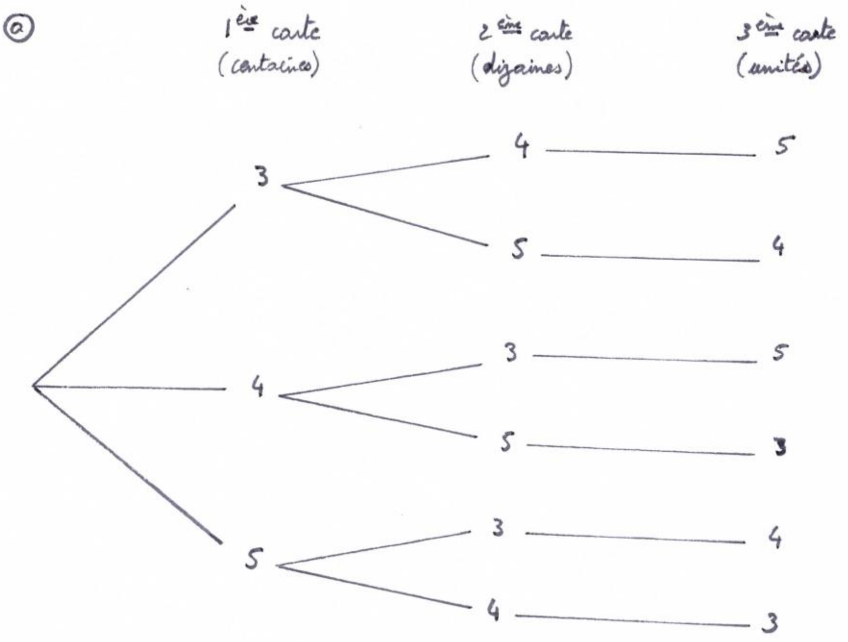
Ex 1 :

⇒ Partie A :

1) a)



Il y a $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ permutations possibles :

$\boxed{345\ ;\ 354\ ;\ 435\ ;\ 453\ ;\ 534\ ;\ 543}$

b) Dans la liste précédente, il y a 2 nombres pairs, donc :

$P(\text{"obtenir un nb pair"}) = \dfrac{2}{6} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$

c) Dans la liste précédente, il y a 2 multiples de 5, donc 4 qui ne sont pas multiples de 5.

Ainsi, $P(\text{"ne pas obtenir un multiple de 5"}) = \dfrac{4}{6} = \boxed{\dfrac{2}{3}}$

ou

$$P(\text{"ne pas obtenir un multiple de 5"}) = 1 - P(\text{"obtenir un multiple de 5"})$$
$$= 1 - \frac{2}{6}$$
$$= \frac{2}{3}$$

ⓓ Un nombre est divisible par 3 ssi la somme des chiffres qui le composent (dans son écriture en base 10) est divisible par 3.
Or dans la liste précédente, tous les nombres sont formés à partir des trois chiffres 3, 4 et 5. Comme $3+4+5 = 12 = 3 \times 4$, tous les nombres de la liste sont divisibles par 3.
Ainsi, l'événement "obtenir un nombre divisible par 3" est un événement certain. D'où :

$$\boxed{P(\text{"obtenir un nombre divisible par 3"}) = 1}$$

2) Modélisons cette nouvelle expérience aléatoire à partir d'un tableau à double entrée :

carte 2 \ carte 1	3	4	5
3	33	43	53
4	34	44	54
5	35	45	55

ⓐ Sur un total de 9 possibilités, 3 nombres sont formés de deux chiffres identiques.
D'où $P(\text{"obtenir un nb à 2 chiffres identiques"}) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$

ⓑ les seuls multiples de 9 sont 45 et 54, donc :
$P(\text{"obtenir un multiple de 9"}) = \boxed{\frac{2}{9}}$

ⓒ Il y a 3 nombres inférieurs ou égaux à 40 (ceux dont la 1ère carte est un 3)
D'où $P(\text{"obtenir un nb inférieur ou égal à 40"}) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$

⇒ Partie B :

1) Il y a $\frac{1}{4}$ de boules rouges.

Il y a 2 fois moins de boules jaunes que de boules rouges, donc il y a $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ de boules jaunes.

Ainsi $P(\text{"tirer une boule jaune"}) = \boxed{\frac{1}{8}}$

2) $P(\text{"tirer une boule bleue"}) = 1 - P(\text{"tirer une boule jaune"}) - P(\text{"tirer une boule rouge"})$

$$= 1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{8}{8} - \frac{1}{8} - \frac{2}{8}$$

$$= \boxed{\frac{5}{8}}$$

3) Il y a $\boxed{\text{7 boules jaunes}}$, donc $2 \times 7 = \boxed{\text{14 boules rouges.}}$

Puis il y a 5 fois plus de boules bleues que de boules jaunes, donc il y a $5 \times 7 = \boxed{\text{35 boules bleues.}}$

Ainsi, il y a au total $7 + 14 + 35 = \boxed{\text{56 boules}}$.

Ex 2 :

1) Soit x le nombre de vidéos téléchargées.

$\boxed{f(x) = 0{,}7 . x}$

2) a) $g(x) = m \times x + 13$, avec m à déterminer

On a $g(142) = 98{,}2$ ssi $m \times 142 + 13 = 98{,}2$

ssi $142\,m = 98{,}2 - 13$

ssi $142\,m = 85{,}2$

ssi $m = \frac{85{,}2}{142}$

ssi $m = 0{,}6$

Le montant fixe par téléchargement de l'offre G est donc de $\boxed{0{,}60\ €}$

b) $g(4) = \frac{3}{5} \times 4 + 13 = 0{,}6 \times 4 + 13 = 2{,}4 + 13 = 15{,}4$

c) $g(10)$ correspond au $\boxed{\text{prix payé pour 10 téléchargements avec l'offre G.}}$

Pour info, $g(10) = \frac{3}{5} \times 10 + 13 = 3 \times 2 + 13 = 6 + 13 = 19$, i.e. 19 €

d) $g(x) = 95{,}2$ ssi $\frac{3}{5}x + 13 = 95{,}2$

ssi $\frac{3}{5}x = 95{,}2 - 13$

ssi $\frac{3}{5}x = 82{,}2$

ssi $x = 82{,}2 \times \frac{5}{3}$

ssi $x = 137$

L'équipe enseignante de la 3ème école a téléchargé $\boxed{\text{137 vidéos.}}$

3) On veut x tel que : $g(x) < f(x)$ ssi $\frac{3}{5}x + 13 < 0,7x$

ssi $0,6x + 13 < 0,7x$

ssi $0,6x - 0,7x < -13$

ssi $-0,1x < -13$

ssi $0,1x > 13$

ssi $x > 130$

⚠ inégalité stricte

L'offre G devient plus intéressante que l'offre F $\boxed{\text{à partir de 131 téléchargements.}}$

4) a) Dans la cellule B2 : $\boxed{= 0,7 * B1}$

b) Une réduction de 20% signifie que l'on paie 80% du prix.

Il faudra donc considérer $0,8 \times g(x) = 0,8 \times \left(\frac{3}{5}x + 13\right)$

$= 0,8\,(0,6x + 13)$

$= 0,8 \times 0,6x + 0,8 \times 13$

$= 0,48x + 10,4$

D'où dans la cellule B3 : $\boxed{= 0,8 * (0,6 * B1 + 13)}$

ou

$\boxed{= 0,8 * ((3/5) * B1 + 13)}$

ou

$\boxed{= 0,48 * B1 + 10,4}$

Ex 3 :

1) FAUSSE

$\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$

Ceci peut éventuellement se démontrer par l'absurde, ou plus simplement en constatant que sa partie décimale est constituée d'une infinité de 3. Donc $\frac{1}{3}$ ne peut pas s'écrire $\frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$

2) VRAIE

$\forall a \in \mathbb{Z}$, $a = \frac{a}{1} = \frac{a}{10^0}$ donc $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \mathbb{D}$

ou plus simplement $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$

3) VRAIE

Soit n un nombre impair, donc $\exists k \in \mathbb{Z}$, $n = 2k+1$

D'où $n^2 = (2k+1)^2 = (2k)^2 + 2 \times 2k \times 1 + 1^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2+2k)+1$

Ainsi $n^2 = 2k' + 1$ avec $k' = 2k^2 + 2k \in \mathbb{Z}$

Donc n^2 est impair

4) FAUSSE

Prenons $a = 2$ et $b = 0{,}5$, on a : $a \times b = 2 \times 0{,}5 = 1 < a$

5) FAUSSE

Notons $c_1 = 1 + 0{,}15 = 1{,}15$ le coeff multiplicateur relatif à l'augmentation de 15%

et $c_2 = 1 - 0{,}15 = 0{,}85$ le coeff multiplicateur relatif à la réduction de 15%

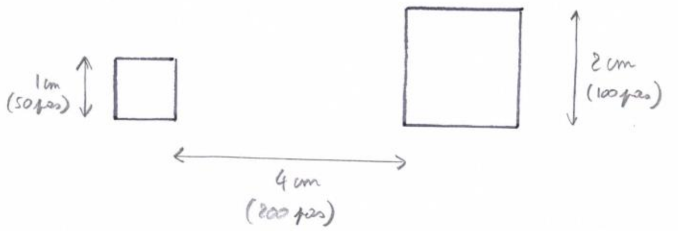
On a $c_1 \times c_2 = 1{,}15 \times 0{,}85 = 0{,}9775 \neq 1$

L'opération revient à faire une réduction de 2,25%

Ex 4 :

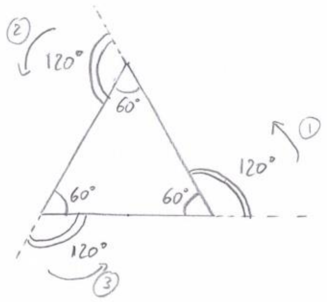
1) Le bloc "figure de base" dessine une ligne brisée de 4 segments de même longueur, en faisant une rotation de 90° dans le sens anti-horaire entre chaque segment.
On obtient ainsi une figure fermée, un quadrilatère à 4 angles droits et dont les 4 côtés ont même mesure.
La figure obtenue est donc $\boxed{\text{un carré.}}$

2) Si on prend 1 mm pour 5 pas, alors on prend 1 cm = 10 mm pour 50 pas.
Puis 200 pas correspondent à 4 cm.



3) a) Il faudra modifier la boucle ainsi :

répéter (3) fois
avancer de longueur pas
tourner ↺ de (120) degrés



b) Entre le petit et le grand triangle, la longueur des côtés est multipliée par 2.
On a donc un coefficient d'agrandissement $k = 2$
Les aires seront alors multipliées par $k^2 = 2^2 = 4$
Ainsi, le rapport entre les aires des deux triangles obtenus est : $\boxed{\dfrac{\mathcal{A}_{\text{grand triangle}}}{\mathcal{A}_{\text{petit triangle}}} = 4}$

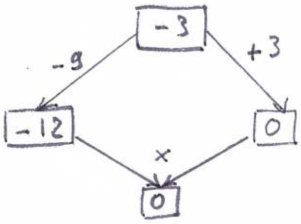
Ex 5 :

1) Programme A :

- choisir un nombre : -3
- L'élever au carré : $(-3)^2 = 9$
- Soustraire le quadruple du nb choisi : $9 - 4 \times (-3) = 9 + 12 = 21$

$\boxed{\text{On obtient 21 avec le programme A}}$

Programme B :



$\boxed{\text{On obtient 0 avec le programme B}}$

2) Expression correspondant au programme B :

$(x-9)(x+3) = x^2 + 3x - 9x - 27 = \boxed{x^2 - 6x - 27}$

3) Expression correspondant au programme A : $x^2 - 4x$

On cherche x tel que : $\cancel{x^2} - 6x - 27 = \cancel{x^2} - 4x$

ssi $-6x + 4x = 27$

ssi $-2x = 27$

ssi $x = -\frac{27}{2}$

L'unique nombre initial qui permet d'obtenir le même résultat avec les deux programmes est $\boxed{\frac{-27}{2}}$, c'est-à-dire $\boxed{-13{,}5}$

Ex 6 :

1) $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{\text{Base}} \times \text{hauteur} = \frac{1}{3} \times \pi \times O'B^2 \times O'S = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$

Le volume exact du cône est de $\boxed{12\pi \text{ cm}^3}$

2) $V_{\text{cylindre}} = \mathcal{A}_{\text{Base}} \times \text{hauteur} = \pi \times OC^2 \times OO' = \pi \times 3^2 \times 8 = 72\pi$

Le volume exact du cylindre est de $\boxed{72\pi \text{ cm}^3}$

3) $[SO']$ est la hauteur du cône de révolution, donc $(SO') \perp (AB)$

Comme $O' \in [AB]$, le triangle SAO' est rectangle en O'.

D'après le théorème de Pythagore,

$SA^2 = SO'^2 + AO'^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

D'où $SA = \sqrt{25} = 5$ cm

La génératrice $[SA]$ du cône mesure bien $\boxed{5 \text{ cm}}$.

4) $V_{\text{saupoudreur}} = V_{\text{cône}} + V_{\text{cylindre}} = 12\pi + 72\pi = 84\pi \text{ cm}^3$

Puis $V_{\text{total}} = \text{nb d'élèves} \times V_{\text{saupoudreur}} = 24 \times 84\pi = 2016\pi \text{ cm}^3$

Comme $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$, on a : $V_{\text{total}} = 2016\pi \text{ mL} = 2{,}016\pi \text{ L}$

D'où $\boxed{V_{\text{total}} \approx 6 \text{ L}}$ (arrondi au litre près)

5) (a) Comme nous réalisons un patron du cône, la longueur l_α de l'arc de cercle d'extrémités A et A' doit coïncider exactement avec le périmètre du disque de rayon $O'A = 3$ cm constituant la base du cône.

Ainsi, $l_\alpha = 2\pi . O'A = 2\pi \times 3 = \boxed{6\pi \text{ cm}}$

(b) Le cercle de centre S et de rayon 5 cm a pour périmètre :

$l_{360°} = 2\pi \times AS = 2\pi \times 5 = 10\pi$ cm

Cette longueur $l_{360°}$ correspond à un angle au centre de 360°

Or dans le croquis, l'angle au centre vaut α qui est à déterminer.

On a ainsi :

Angle au centre	longueur de l'arc
α	$l_\alpha = 6\pi$
360	$l_{360°} = 10\pi$

D'où, par proportionnalité : $10\pi \times \alpha = 360 \times 6\pi$

ssi $\alpha = \dfrac{36\cancel{0} \times 6\cancel{\pi}}{1\cancel{0}\cancel{\pi}} = \boxed{216°}$

6)