Ex 1 :

⇒ Partie A :

1) a) $72 = 5 \times 14 + 2$ donc il y aurait 5 élèves de CE2 par équipe, avec 2 élèves sans équipe.

$108 = 7 \times 14 + 10$ donc il y aurait 7 élèves de CM1 par équipe, avec 10 élèves sans équipe

Chaque équipe serait donc composée de $\boxed{\text{5 élèves de CE2 et 7 élèves de CM1.}}$

b) Dans ces conditions, $\boxed{\text{12 élèves ne participeraient pas au tournoi,}}$ 2 élèves de CE2 et 10 élèves de CM1

2) a) 72 est un multiple de 8 (car $8 \times 9 = 72$) donc il n'y a pas de problème pour les élèves de CE2.

Mais $108 = 13 \times 8 + 4$ donc 108 n'est pas un multiple de 8, ce qui pose un problème pour les élèves de CM1.

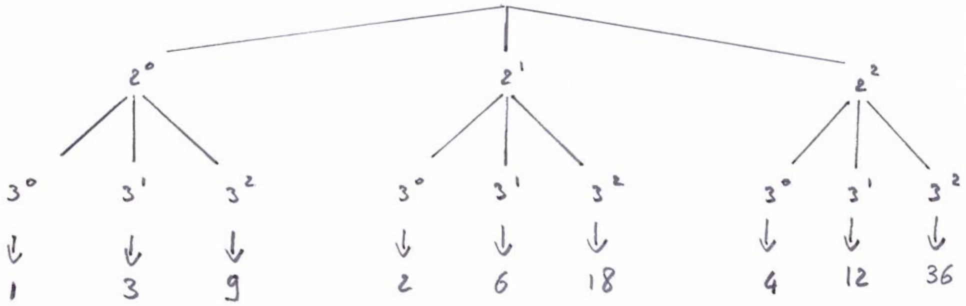
Ainsi, $\boxed{\text{le directeur ne peut pas constituer 8 équipes.}}$

b) $72 = 2 \times 36 = 2^2 \times 18 = 2^3 \times 9 = \boxed{2^3 \times 3^2}$

$108 = 2 \times 54 = 2 \times 6 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3^2 = \boxed{2^2 \times 3^3}$

c) D'après la décomposition précédente, tous les diviseurs commun à 72 et 108 sont de la forme $2^\alpha \times 3^\beta$ avec $\alpha \in \{0;1;2\}$ et $\beta \in \{0;1;2\}$ puisque 2 est la plus grande puissance commune des facteurs 2 de chacun des nombres dans la décomposition de 72 et 108, et 2 est également la plus grande puissance commune des facteurs 3.

Pour énumérer ces diviseurs communs, on peut utiliser un arbre ou un tableau à double entrée (puisqu'il n'y a que deux facteurs dans les décompositions) :



3^β \ 2^α	2^0	2^1	2^2
3^0	1	2	4
3^1	3	6	12
3^2	9	18	36

Ainsi, les diviseurs communs à 72 et 108 sont :

$$\boxed{\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36\}}$$

(d) Le plus grand diviseur commun (PGCD) de 72 et 108 est 36, donc le directeur peut former au maximum PGCD(72 ; 108) = $\boxed{\text{36 équipes}}$.

Chacune sera alors composée de $\frac{72}{36} = \boxed{\text{2 élèves de CE2}}$ et de $\frac{108}{36} = \boxed{\text{3 élèves de CM1.}}$

⇒ Partie B :

1) $p = \dfrac{\text{Nb d'élèves en CE2 à Joliot-Curie participant au tournoi}}{\text{Nb total d'élèves à Joliot-Curie participant au tournoi}}$

D'où $p = \dfrac{22}{22+19} = \dfrac{22}{41} \simeq 0,54$

Donc parmi les élèves de l'école Joliot-Curie qui participent au tournoi, $\boxed{\text{environ 54 \% sont en CE2.}}$

2) $\overline{x} = \dfrac{24+19+34+31}{4} = \dfrac{108}{4} = 27$

Sur l'ensemble des écoles, il y a en moyenne 27 élèves en CM1.

3) Notons l'évènement M : "L'élève choisi est en CM1"

Nous sommes en situation d'équiprobabilité, donc :

$P(M) = \dfrac{\text{Nb d'élèves en CM1}}{\text{Nb total d'élèves}} = \dfrac{108}{108+20+22+14+16} = \dfrac{108}{180} = \dfrac{3}{5} = 0,6$

La probabilité que l'élève choisi soit en CM1 est de : $\boxed{0,6}$

4) Notons l'évènement demandé E

$P(E) = \dfrac{\text{Nb d'élèves en CE2 à l'école Césaire}}{\text{Nb d'élèves en CE2}} = \dfrac{20}{20+22+14+16} = \dfrac{20}{72} = \dfrac{5}{18}$

Parmi les élèves en CE2 qui participent au tournoi, la probabilité que l'élève choisi soit scolarisé à l'école Aimé Césaire est de : $\boxed{\dfrac{5}{18}}$

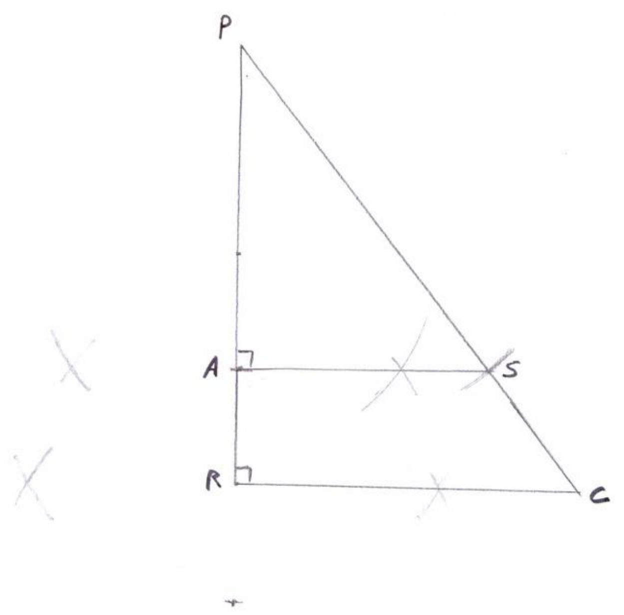
Ex 2 :

⇒ Partie A :

1)

		PA	AR	PS
Mesure réelle (m)	5	28	10	35
Mesure sur plan (cm)	1	5,6	2	7

$\div 5$ (en intégrant le passage des mètres en centimètres)



2) Dans le triangle PAS rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :

$PS^2 = PA^2 + AS^2$ ssi $AS^2 = PS^2 - PA^2 = 35^2 - 28^2 = 1225 - 784 = 441$

D'où $AS = \sqrt{441} = \boxed{21\ m}$

3) (RA) et (CS) sont sécantes en P

De plus, $(AS) // (RC)$ car $(AS) \perp (PR)$ et $(RC) \perp (PR)$

Donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{PA}{PR} = \frac{PS}{PC} = \frac{AS}{RC}$

D'où $RC = \frac{PR \times AS}{PA} = \frac{(28+10) \times 21}{28} = \boxed{28,5\ m}$

4) $\mathcal{A}_{RASC} = \frac{(AS + RC) \times AR}{2} = \frac{(21 + 28,5) \times 10}{2} = 49,5 \times 5 = \boxed{247,5\ m^2}$

ou $\mathcal{A}_{RASC} = \mathcal{A}_{PRC} - \mathcal{A}_{PAS} = \frac{1}{2}(PR \times RC) - \frac{1}{2}(PA \times AS) = \frac{1}{2}(28+10) \times 28,5 - \frac{1}{2} \times 28 \times 21 = 541,5 - 294$

$= \boxed{247,5\ m^2}$

⇒ Partie B :

1) Nombre de pots nécessaires : $\underbrace{2}_{\text{nb de couches}} \times \dfrac{\overbrace{247,5}^{\text{surface à recouvrir}}}{\underbrace{56}_{\text{surface recouvrable par un pot}}} \simeq 8,8$

Les pots étant vendus à l'unité, $\boxed{\text{il faudra en acheter 9.}}$

2) a) $\boxed{f(n) = 215,75 \times n}$

b) $\boxed{g(n) = 138,5 \times n + 600}$

3) a) Le graphique représente le coût en € (axe des ordonnées) en fonction du nombre de pots (axe des abscisses).

La courbe C_1 représente une fonction linéaire, donc la fonction f modélisant le coût du fournisseur A.

La courbe C_2 représente une fonction affine d'ordonnée à l'origine 600, donc la fonction g modélisant le coût du fournisseur B.

On voit que pour $n = 9$ pots, la courbe C_2 est en dessous de la courbe C_1. Donc le fournisseur le plus intéressant est celui correspondant à la courbe C_2 : $\boxed{\text{le fournisseur B.}}$

b) $g(9) = 138,5 \times 9 + 600 = 1846,5$

Donc le coût exact des travaux avec le fournisseur B est de $\boxed{1846,50\text{ €}}$

⇒ Partie C :

1) On peut saisir en C2 : $\boxed{= 104{,}65 * A2 + 395{,}75}$

2) $\boxed{\text{A partir de 12 pots}}$ de résine, le fournisseur C semble être plus intéressant car son coût devient inférieur à celui du fournisseur B.

3) Notons $h(n) = 104{,}65\,n + 395{,}75$ l'expression de la fonction h représentant le coût du fournisseur C.

On veut $n \in \mathbb{N}$ tel que :

$$h(n) < g(n) \quad \text{ssi} \quad 104{,}65\,n + 395{,}75 < 138{,}5\,n + 600$$

$$\text{ssi} \quad 104{,}65\,n - 138{,}5\,n < 600 - 395{,}75$$

$$\text{ssi} \quad -33{,}85\,n < -395{,}75$$

$$\text{ssi} \quad 33{,}85\,n > 395{,}75$$

$$\text{ssi} \quad n > \frac{395{,}75}{33{,}85}$$

Or $\dfrac{395{,}75}{33{,}85} \simeq 11{,}7$ et on veut $n \in \mathbb{N}$

Donc le fournisseur C est bien plus intéressant que le fournisseur B $\boxed{\text{à partir de } n = 12 \text{ pots}}$ de résine.

Ex 3 :

1) On choisit : 5

On élève au carré : $5^2 = 25$

On ajoute 3×5 : $25 + 3 \times 5 = 25 + 15 = 40$

On soustrait 4 : $40 - 4 = \boxed{36}$

2) On choisit : $\frac{5}{3}$

On élève au carré : $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$

On ajoute $3 \times \frac{5}{3}$: $\frac{25}{9} + 3 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{9} + 5 = \frac{25}{9} + \frac{45}{9} = \frac{70}{9}$

On soustrait 4 : $\frac{70}{9} - 4 = \frac{70}{9} - \frac{36}{9} = \boxed{\frac{34}{9}}$

On obtient $\frac{34}{9}$ en choisissant $\frac{5}{3}$ pour nombre de départ.

3) Ligne 4 : mettre résultat à $\boxed{\text{résultat}} + \boxed{3} * \boxed{\text{réponse}}$

Ligne 5 : mettre résultat à $\boxed{\text{résultat}} - \boxed{4}$

4) a) Notons f cette fonction.

$$\boxed{f(x) = x^2 + 3x - 4}$$

b) $(x-1)(x+4) = x^2 + 4x - x - 4 = x^2 + 3x - 4 = \boxed{f(x)}$

c) $f(x) = 0$ ssi $x^2 - 3x - 4 = 0$

ssi $(x-1)(x+4) = 0$

ssi $x - 1 = 0$ ou $x + 4 = 0$

ssi $x = 1$ ou $x = -4$

Les nombres à choisir au départ pour obtenir 0 sont : $\boxed{1 \text{ ou } -4}$

Ex 4 :

1) a) $V_{\text{saladier}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{42}{2}\right)^3 = \frac{2\pi}{3} \times \frac{74088}{8} = 6174\pi \text{ cm}^3$ $\boxed{\approx 19\,396 \text{ cm}^3}$

b) On a $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$

Donc $V_{\text{pâte}} \approx 19396 \text{ mL} \approx 19,396 \text{ L}$ $\boxed{\approx 19,4 \text{ L}}$ (à 10^{-1} L près)

2) chaque moule cylindrique contient un volume de pâte de :

$V_{\text{moule}} = \frac{3}{4} \times \mathcal{A}_{\text{Base}} \times \text{hauteur} = \frac{3}{4} \times \pi \times 3^2 \times 5 = \frac{135\pi}{4} \text{ cm}^3$

Puis le nombre de moules remplis sera de :

$n = \frac{V_{\text{pâte}}}{V_{\text{moule}}} = \frac{6174\pi}{\frac{135\pi}{4}} = 6174\cancel{\pi} \times \frac{4}{135\cancel{\pi}} = \frac{2744}{15} \approx 182,9$

Le cuisinier pourra donc remplir $\boxed{\text{au maximum 182 moules.}}$

3) a) On a : $V_{\text{pavé}} = L \times \ell \times h = 6 \times 4 \times h = 24\,h \text{ cm}^3$

Pour remplir 210 moules avec toute la pâte, on a l'équation :

$210 \times V_{\text{pavé}} = V_{\text{pâte}}$ ssi $210 \times 24 \times h = 6174\pi$

ssi $h = \frac{6174\pi}{210 \times 24}$

ssi $h = \frac{49\pi}{40} \approx 3,8 \text{ cm}$

Il faut donc remplir les moules jusqu'à $\boxed{\text{une hauteur d'environ 3,8 cm}}$

b) $h' = h + \frac{15}{100} \times h = 1,15 . h = 1,15 \times \frac{49\pi}{40} \approx 4,4 \text{ cm}$

Après cuisson, la hauteur de chaque gâteau sera $\boxed{\text{d'environ 4,4 cm}}$

Ex 5 :

⇒ Partie A :

1) VRAI

$1{,}63 = \frac{163}{100} = \frac{163}{10^2} \in \mathbb{D}$, or $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$, donc $1{,}63 \in \mathbb{Q}$

2) FAUX

En prenant par exemple $x = -5$, on a $-5 < -4$ mais $-5 \notin]-\infty ; -6]$

3) VRAI

Il s'agit d'un quadrilatère possédant 4 côtés égaux et 4 angles droits.

⇒ Partie B :

1) C

$7x - 9 = 0$ ssi $7x = 9$ ssi $x = \frac{9}{7}$

2) D

$5 - 4x \geqslant 0$ ssi $-4x \geqslant -5$ ssi $x \leqslant \frac{5}{4}$ ssi $x \leqslant 1{,}25$

3) A

Si Zoé a x crayons, Léa en a $x - 7$. Puis $x + (x-7) = 31$ ssi $2x - 7 = 31$

4) C

On veut $(x-5) \times 2 > 4x$ ssi $x - 5 > 2x$