Ex 1 :

=> Partie A :

1) Notons L_e la longueur de l'étiquette.
Elle doit être égale au périmètre du cercle de diamètre $D = 8{,}4$ cm

D'où $L_e = \pi \times D = \pi \times 8{,}4 \approx \boxed{26{,}4 \text{ cm}}$ (V.A. par excès au mm près)

2) $V_p = \mathcal{A}_{Base} \times \text{hauteur} = \pi R^2 \times h = \pi \times \left(\frac{8{,}4}{2}\right)^2 \times 15 = 264{,}6\,\pi \text{ cm}^3$

D'où $V_p = 264{,}6\,\pi \text{ mL} = \frac{264{,}6\,\pi}{1000} \text{ L} = \boxed{0{,}2646\,\pi \text{ L}} \approx \boxed{0{,}83 \text{L}}$

3) . Le pluviomètre de Jules est cylindrique, donc son remplissage va être modélisé par une situation de proportionnalité, représenté par la courbe n° 3 (fonction linéaire). $\boxed{\text{Jules} \rightarrow \text{courbe } 3}$

. Le pluviomètre d'Inès est en forme de cône inversé. Pour un volume d'eau donné, la hauteur va ainsi augmenter plus rapidement au début que dans le cas de Jules. La situation est représentée ici par la courbe n° 1. $\boxed{\text{Inès} \rightarrow \text{Courbe } 1}$

=> Partie B :

1) On lit directement dans le document 2 que : $\overline{H}_{Lyon} = 70{,}6$ mm

Pour Rennes, on calcule la moyenne à partir des informations du document 1 : $\overline{H}_{Rennes} = \frac{65+103+24+122+53+44+19+27+57+134}{10} = \frac{648}{10}$

$= 64{,}8$ mm

On a $\overline{H}_{Lyon} > \overline{H}_{Rennes}$ donc $\boxed{\text{Lyon a subi les plus fortes précipitations.}}$

2) $e_{Rennes} = 134 - 19 = \boxed{115 \text{ mm}}$

$e_{Lyon} = 179 - 18 = \boxed{161 \text{ mm}}$

Donc $\boxed{e_{Lyon} > e_{Rennes}}$

3) **On ne peut pas conclure** car nous n'avons pas d'information sur les valeurs relevées. Par contre, l'affirmation aurait été vraie si la valeur de 70,6 mm (la moyenne) avait été remplacée par la médiane (58mm).

Ex 2 :

$\boxed{\text{Affirmation 1 : Vraie}}$

$$0{,}28 = \frac{28}{100} = \frac{28}{10^2} \in \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

$\boxed{\text{Affirmation 2 : Fausse}}$

Prenons un contre-exemple : $a = 1$ et $b = \frac{1}{2}$

On a alors $\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 > a$

$\boxed{\text{Affirmation 3 : Vraie}}$

Soient $n = 2k+1$, $k \in \mathbb{N}$ et $m = 2k'+1$, $k' \in \mathbb{N}$

D'où $n \times m = (2k+1)(2k'+1) = 4kk' + 2k + 2k' + 1 = 2(2kk' + k + k') + 1$

On a $\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ k' \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow 2k.k' + k + k' \in \mathbb{N}$

D'où $n \times m = 2k'' + 1$, $k'' \in \mathbb{N}$ i.e. $n \times m$ est impair

$\boxed{\text{Affirmation 4 : Fausse}}$

On a $A(0;2) \in (d)$

Or $f(x_A) = 2.x_A - 1{,}5 = 2 \times 0 - 1{,}5 = -1{,}5 \neq y_A$ donc $A \notin \mathcal{C}_f$

Ainsi $\mathcal{C}_f \neq (d)$

$\boxed{\text{Affirmation 5 : Vraie}}$

On a $AD = AE$ qui sont des rayons de (C_2) et $AC = AB$ en tant que rayons de (C_1)

De plus $[BD]$ et $[CE]$ sont sécantes en A. Comme $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, $(DE) // (BC)$.

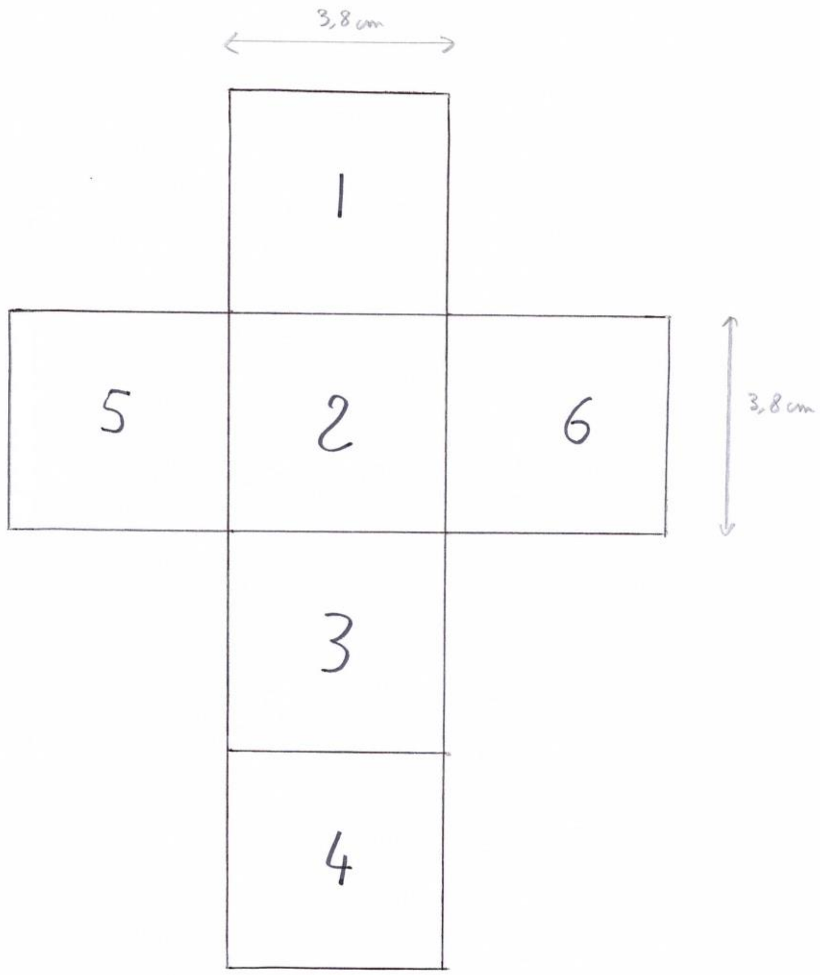
Ainsi, le théorème de Thalès nous permet d'écrire que $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

D'où $BC = \frac{AC \times DE}{AE} = \frac{7{,}8 \times 2{,}9}{2{,}4} = 9{,}425$ cm $\approx 9{,}4$ cm

Ex 3 :

⇒ Partie A :

On veut un agrandissement de coefficient 2, donc toutes les longueurs doivent être multipliées par 2. Ainsi, toutes les faces carrées ont pour côté $2 \times 19 = 38$ mm.



⇒ Partie B :

1) Modélisons la situation à l'aide d'un tableau à double entrée :

Dé 2 \ Dé 1	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Les résultats possibles sont donc $\boxed{\text{tous les entiers de 2 à 12}}$: $\boxed{[2;12] \cap \mathbb{N}}$

ou encore $\boxed{[\![2;12]\!]}$, ou $\boxed{\{2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12\}}$

2) Notons l'événement A : "La somme obtenue est égale à 4".

D'après le tableau, 3 couples réalisent A : $(1;3)$; $(2;2)$ et $(3;1)$

Il y a au total $6 \times 6 = 36$ couples possibles.

D'où $P(A) = \dfrac{\text{Nb d'issues réalisant A}}{\text{Nb total d'issues}} = \dfrac{3}{36} = \boxed{\dfrac{1}{12}}$

3) ⓐ La somme qui a la plus grande probabilité d'apparaître est $\boxed{7}$.

D'après le tableau, elle est réalisée par 6 couples.

ⓑ Notons B : "La somme obtenue est égale à 7"

D'où $P(B) = \dfrac{\text{Nb d'issues réalisant B}}{\text{Nb total d'issues}} = \dfrac{6}{36} = \boxed{\dfrac{1}{6}}$

⇒ Partie C :

Modélisons la nouvelle situation avec un tableau à double entrée.

Dé 2 \ Dé 1	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Il y a toujours $6 \times 6 = 36$ couples possibles.

Notons C l'évènement recherché.

On veut $P(C) = \frac{1}{6}$ $\iff \frac{\text{Nb d'issues réalisant } C}{\text{Nb total d'issues}} = \frac{1}{6}$

$\iff \frac{\text{Nb d'issues réalisant } C}{36} = \frac{1}{6}$

$\iff \text{Nb d'issues réalisant } C = \frac{36}{6}$

$\iff \text{Nb d'issues réalisant } C = 6$

Il faut donc trouver dans le tableau un résultat parmi ceux possibles (nombres entiers compris entre 0 et 5) qui est réalisé par 6 couples.

Il y a ainsi deux réponses possibles :

$\boxed{\text{C : "La différence obtenue est 0"}}$ et $\boxed{\text{C : "La différence obtenue est 3"}}$

Ex 4 :

⇒ Partie A :

1) ⓐ Il y a 8 plots régulièrement espacés sur une piste de 200 m, donc la distance entre 2 plots est de $\frac{200}{8} = 25$ m

Lola a parcouru 2 tours de 200 m chacun et a franchi un plot, donc elle a parcouru en tout : $2 \times 200 + 25 = 800 + 25 = \boxed{825 \text{ m}}$

ⓑ Lola a parcouru 825 m en 5 minutes, donc sa vitesse est de :

$$V_{Lola} = \frac{825^{\,[m]}}{5_{\,[min]}} = \boxed{165 \text{ m/min}}$$

2) Joris a parcouru 700 m en 5 minutes, donc par proportionnalité, cela revient à $700 \times 12 = 8400$ m en $5 \times 12 = 60$ min $= 1$ h

Ainsi, $V_{Joris} = 8400 \text{ m/h} = \boxed{8{,}4 \text{ km/h}}$

3) Notons p le pourcentage recherché.

$$p = \frac{d_{Lola} - d_{Joris}}{d_{Joris}} = \frac{825 - 700}{700} = \frac{125}{700} = \frac{5}{28} \simeq 0{,}18$$

Donc Lola a parcouru $\underbrace{}_{\text{environ}}$ $\boxed{18\%}$ de distance en plus que Joris.

⇒ Partie B :

1) Dans la cellule D2 : $\boxed{= 200 * B2 + 25 * C2}$

2) Dans la cellule E2 : $\boxed{= D2 * 12 / 1000}$ car il y a 12 × 5 min dans 1 h

3) Faisons une moyenne pondérée :

$$\overline{d} = \frac{2 \times 550 + 1 \times 575 + 4 \times 625 + 2 \times 650 + 3 \times 675 + 6 \times 700 + 1 \times 750 + 3 \times 775 + 2 \times 825 + 1 \times 850}{2+1+4+2+3+6+1+3+2+1}$$

$$= \frac{17275}{25} = \boxed{691 \text{ m}}$$

⇒ Partie C :

1) ⓐ On a $\frac{L}{\ell} = \frac{5}{3}$ ssi $5\ell = 3L$ ssi $\ell = \frac{3L}{5}$

Or on donne $L = 20$ m, donc $\ell = \frac{3 \times 20}{5} = 3 \times 4 = \boxed{12 \text{ m}}$

La largeur du rectangle est bien de 12 m.

ⓑ La longueur cumulée de piste dans les virages correspond au périmètre $\mathcal{P}$ du cercle de diamètre $\ell = 12$ m. Donc $\mathcal{P} = \pi . \ell = 12\pi$ m

Enfin, la piste mesure : $2 \times L + \mathcal{P} = 2 \times 20 + 12\pi = 40 + 12\pi \approx 78$ m

$\boxed{\text{La piste mesure environ 78 m.}}$

2) On veut $2 \times L + \mathcal{P} = 200$ ssi $2 \times L + \ell . \pi = 200$

ssi $2 \times L + \frac{3L}{5}\pi = 200$ car $\ell = \frac{3L}{5}$

ssi $\left(2 + \frac{3\pi}{5}\right) L = 200$

ssi $L = \dfrac{200}{2 + \frac{3\pi}{5}}$

ssi $L = \dfrac{1000}{10 + 3\pi}$

ssi $L \approx 51,48$ m

Puis $\ell = \frac{3L}{5} = \dfrac{3 \times \frac{1000}{10 + 3\pi}}{5} = \dfrac{3000}{50 + 15\pi} = \dfrac{600}{10 + 3\pi} \approx 30,89$ m

$\boxed{\text{La piste doit ainsi avoir une longueur d'environ 51,48 m et une largeur d'environ 30,89 m.}}$

Ex 5 :

⇒ Partie A :

1) Les deux lignes supérieures de 5 picots permettent de construire 4 carrés.
Les deux lignes inférieures de 5 picots permettent aussi de construire 4 carrés.
Les deux colonnes de gauche de 5 picots permettent de construire 4 carrés, mais il faut en retrancher 2 déjà construits avec les lignes supérieures et inférieures.
On raisonne de même pour les deux colonnes de droite.
Finalement, il faut $\underbrace{4}_{\text{lignes sup.}} + \underbrace{4}_{\text{lignes inf.}} + \underbrace{2}_{\text{col. gauche}} + \underbrace{2}_{\text{col. droite}} = \boxed{12 \text{ carrés}}$

OU construire un schéma en numérotant les carrés de 1 à 12.

1	2	3	4
9			11
10			12
5	6	7	8

2) Un géoplan de $81 = 9^2$ picots possède 9 picots par ligne et par colonne.
En raisonnant comme ci-dessus, on a une ligne supérieure de $9-1=8$ carrés, et également une ligne inférieure de 8 carrés.
Les colonnes de gauche et de droite posséderont chacune $8-2 = 6$ carrés car il faut retrancher ceux déjà existants avec les lignes supérieure et inférieure.
Le tour d'un géoplan de 81 picots nécessitera donc $2\times 8+2\times 6 = \boxed{28 \text{ carrés}}$

3) La ligne supérieure comportera $n-1$ carrés, tout comme la ligne inférieure.
Les colonnes seront alors formées de $(n-1)-2$ carrés car il faut déduire les 2 picots nécessaires à la construction des carrés déjà comptabilisés dans les lignes supérieure et inférieure.
Il faudra donc : $2\times(n-1) + 2\times((n-1)-2) = 4(n-1)-4 = \boxed{4n-8 \text{ carrés}}$

4) D'après la question précédente, on veut $n \in \mathbb{N}$ tel que :

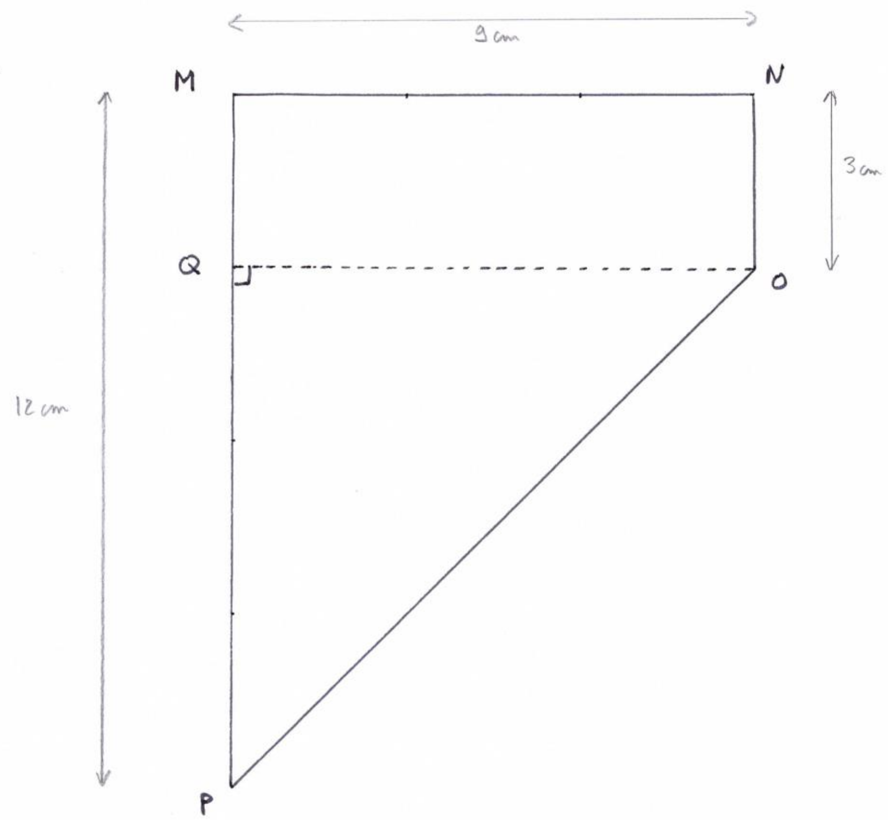
$4n - 8 \leqslant 107$ ssi $4n \leqslant 107+8$
ssi $4n \leqslant 115$
ssi $n \leqslant \frac{115}{4}$

or $\frac{115}{4} = 28{,}75$ et on veut $n \in \mathbb{N}$, d'où $n = 28$ au maximum

Donc on peut avoir au maximum $n^2 = 28^2 = \boxed{784 \text{ picots}}$

⇒ Partie B :

1)



2) a) On peut directement utiliser la formule de l'aire du trapèze :

$$\mathcal{A}_{MNOP} = \frac{(MP + NO) \times MN}{2} = \frac{(12+3) \times 9}{2} = \frac{15 \times 9}{2} = \boxed{67,5 \text{ cm}^2}$$

OU $\mathcal{A}_{MNOQ} = MN \times NO = 9 \times 3 = 27 \text{ cm}^2$

$\mathcal{A}_{OQP} = \frac{1}{2} \times QP \times QO = \frac{1}{2} \times 9 \times 9 = 40,5 \text{ cm}^2$ car OQP est rectangle en Q

Puis $\mathcal{A}_{MNOP} = \mathcal{A}_{MNOQ} + \mathcal{A}_{OQP} = 27 + 40,5 = \boxed{67,5 \text{ cm}^2}$

b) Dans le triangle OQP rectangle isocèle en Q, on a $OP = QO.\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$ cm

OU si on ne connaît pas la formule de la mesure de la diagonale d'un carré :

Dans le triangle OQP rectangle en Q, d'après le théorème de Pythagore :

$OP^2 = QO^2 + QP^2 = 9^2 + 9^2 = 81 + 81 = 2 \times 81$

Puis $OP = \sqrt{2 \times 81} = \sqrt{2} \times \sqrt{81} = 9\sqrt{2}$ cm

Puis $\mathcal{P}_{MNOP} = MN + NO + OP + PM$

$= 9 + 3 + 9\sqrt{2} + 12$

$= \boxed{24 + 9\sqrt{2} \text{ cm}}$

3) $\boxed{A = 45}$ car le triangle OQP est isocèle rectangle en Q

$\boxed{B = 297}$ car $3 \text{ cm} \longleftrightarrow 70 \text{ pas}$, $9\sqrt{2} \text{ cm} \longleftrightarrow B \text{ pas}$ donc $B = \frac{9\sqrt{2} \times 70}{3} = 210\sqrt{2} \simeq 297$ pas

$\boxed{C = 135}$ car $180 - 45 = 135°$