Mathsapiens.fr

Baccalauréat général

Session 2025

Polynésie – Remplacement

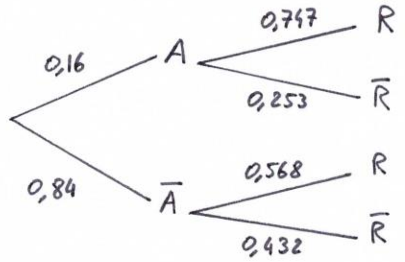
Jour 1

02 septembre 2025

Ex1 :

→ Partie A :

1)



2) ⓐ $\{A ; \overline{A}\}$ forme un système complet d'événements

D'après la formule des probabilités totales :

$$\mathbb{P}(R) = \mathbb{P}(A \cap R) + \mathbb{P}(\overline{A} \cap R)$$

$$= \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(R) + \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(R)$$

$$= 0,16 \times 0,747 + 0,84 \times 0,568$$

$$= 0,11952 + 0,47712$$

$$\boxed{= 0,59664}$$

ⓑ On a $\mathbb{P}(R) \approx 0,597 \approx \boxed{59,7\ \%}$

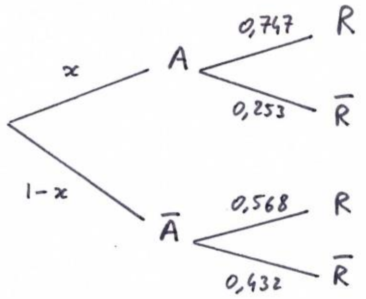
La probabilité qu'un jeune réussisse sont permis de conduire du premier coup est d'environ 59,7 %

3) $\mathbb{P}_R(A) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap R)}{\mathbb{P}(R)} = \dfrac{0,11952}{0,59664} \boxed{\approx 0,200}$ (à 10^{-3} près)

Rem : on obtient le même arrondi en prenant $\mathbb{P}(R) \approx 0,597$

4) Notons désormais $\mathbb{P}(A) = x$ la proportion recherchée.

L'arbre de probabilités devient :



On a toujours : $\mathbb{P}(R) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(R) + \mathbb{P}(\overline{A}) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(R)$

$$= x \times 0,747 + (1-x) \times 0,568$$

$$= (0,747 - 0,568)\, x + 0,568$$

$$= 0,179x + 0,568$$

On veut désormais :

$$\mathbb{P}(R) > 0,7$$

$$\Leftrightarrow \quad 0,179x + 0,568 > 0,7$$

$$\Leftrightarrow \quad 0,179x > 0,7 - 0,568$$

$$\Leftrightarrow \quad 0,179x > 0,132$$

$$\Leftrightarrow \quad x > \frac{0,132}{0,179}$$

$$\Leftrightarrow \quad x > \frac{132}{179}$$

⚠ pour $x \approx 0,737$ on a $\mathbb{P}(R) < 0,7$

Or on a $\frac{132}{179} \approx 0,7374$ (à 10^{-4} près)

Donc il faut $\boxed{\text{au moins } 73,8\ \% \text{ (à } 10^{-3} \text{ près)}}$ de jeunes suivant la formation de conduite accompagnée.

→ Partie B :

1) On répète $n = 10$ fois de manière identique et indépendante une expérience de Bernoulli dont la probabilité du succès " le candidat obtient son permis dès la première tentative " est de $p = P_A(R) = 0{,}747$.

Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}747$

$\boxed{X \sim \mathcal{B}(10\,;\,0{,}747)}$

2) $P(X \geqslant 6) = 1 - P(X \leqslant 5)$ ← fonction de répartition de la calculatrice

$\approx 1 - 0{,}082$

$\boxed{\approx 0{,}918}$ (à 10^{-3} près)

La probabilité qu'au moins 6 jeunes ayant suivi la conduite accompagnée obtiennent leur permis dès la première tentative est d'environ 0,918.

3) $X \sim \mathcal{B}(10\,;\,0{,}747)$

Donc $E(X) = n.p = 10 \times 0{,}747 \boxed{= 7{,}47}$

et $V(X) = n.p.(1-p) = 10 \times 0{,}747 \times (1 - 0{,}747) = 7{,}47 \times 0{,}253$

i.e. $\boxed{V(X) = 1{,}88991 \approx 1{,}890}$ (à 10^{-3} près)

4) ⓐ On obtient $\boxed{Z = X + Y}$

Par linéarité de l'espérance :

$E(Z) = E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 7{,}47 + 22{,}53 = \boxed{30}$

Puis comme X et Y sont <u>indépendantes</u> $(X \perp\!\!\!\perp Y)$, on a :

$$\mathbb{V}(Z) = \mathbb{V}(X+Y) = \mathbb{V}(X) + \mathbb{V}(Y) = 1,88991 + 9,81 \boxed{= 11,69991}$$

$$\boxed{\approx 11,700} \text{ (à } 10^{-3} \text{ près)}$$

ⓑ D'après l'inégalité de Bienaymé - Tchebychev, on a :

$$\forall \delta > 0, \quad \mathbb{P}\left(|Z - \mathbb{E}(Z)| \geqslant \delta\right) \leqslant \frac{\mathbb{V}(Z)}{\delta^2}$$

i.e. $\forall \delta > 0, \quad \mathbb{P}\left(|Z - 30| \geqslant \delta\right) \leqslant \dfrac{11,69991}{\delta^2}$

Or "moins de 20 ou plus de 40 candidats ..." se traduit par :

$$\begin{aligned}(Z < 20) \cup (Z > 40) &= (Z \leqslant 19) \cup (Z \geqslant 41) \\ &= (Z - 30 \leqslant -11) \cup (Z - 30 \geqslant 11) \\ &= \left(|Z - 30| \geqslant 11\right)\end{aligned}$$

D'où en prenant $\delta = 11$, on obtient :

$$\mathbb{P}\left((Z<20) \cup (Z>40)\right) = \mathbb{P}\left(|Z-30| \geqslant 11\right) \leqslant \frac{11,69991}{11^2}$$

Or $\dfrac{11,69991}{11^2} \approx 0,097 < 0,12$

Donc $\boxed{\text{l'affirmation est prouvée.}}$

<u>Rem :</u> il est probable que l'énoncé (peu précis...) souhaitait qu'on écrive $(Z \leqslant 20) \cup (Z \geqslant 40)$ au lieu de $(Z < 20) \cup (Z > 40)$, conduisant alors à choisir $\delta = 10$ car $(Z \leqslant 20) \cup (Z \geqslant 40) = |Z - 30| \geqslant 10$.
On obtenait ensuite $\dfrac{11,69991}{10^2} \approx 0,117 < 0,12$.
Mais ce n'était pas correct.

Ex2 :

→ Partie A :

1) On a (E_1) : $y' = 0{,}05y - 0{,}5$

• Notons (H_1) : $y' = 0{,}05y$ l'éq. différentielle homogène associée à (E_1).

Les solutions de (H_1) sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}_+$ par :

$x \longmapsto \lambda . e^{0{,}05x}$, $\lambda \in \mathbb{R}$

• Puis la fonction constante $x \longmapsto 10$ est solution particulière de (E_1).

• Donc l'ensemble des solutions de (E_1) sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}_+$

par : $x \longmapsto \lambda e^{0{,}05x} + 10$

• De plus, on a la condition initiale $y(0) = 50$

$$\iff \lambda . e^{0{,}05 \times 0} + 10 = 50$$
$$\iff \lambda \times 1 = 40$$
$$\iff \lambda = 40$$

• Conclusion : La solution de (E_1) vérifiant $y(0) = 50$ est la fonction

$\boxed{\text{définie sur } \mathbb{R}_+ \text{ par } y(x) = 40 . e^{0{,}05x} + 10}$

2)

Année	2000	2005	2010	2015
x	0	5	10	15
$y(x) \simeq$	50	61	76	95
Nb d'individus	50	64	80	100

(à l'unité près)

Le modèle 1 sous-estime le nombre d'individus, et la différence absolue s'accentue au fil des années.

→ Partie B.

1) On a : $\forall x \in \mathbb{R}_+,\ f(x) = \dfrac{800}{1+15.e^{-0,05x}}$

D'où $f(0) = \dfrac{800}{1+15.e^{-0,05\times 0}} = \dfrac{800}{1+15\times e^{0}} = \dfrac{800}{1+15\times 1} = \dfrac{800}{16} = \dfrac{200}{4} = \boxed{50}$

Soit $x \in \mathbb{R}_+$,

$$0,05\times f(x)\times\left(1-0,00125 f(x)\right) = 0,05\times\frac{800}{1+15.e^{-0,05x}}\times\left(1-0,00125\times\frac{800}{1+15.e^{-0,05x}}\right)$$

$$= \frac{40}{1+15.e^{-0,05x}}\times\left(1-\frac{1}{1+15e^{-0,05x}}\right)$$

$$= \frac{40}{1+15.e^{-0,05x}}\times\frac{\cancel{1}+15.e^{-0,05x}\cancel{-1}}{1+15.e^{-0,05x}}$$

$$= \frac{600.e^{-0,05x}}{\left(1+15.e^{-0,05x}\right)^2}$$

$\boxed{= f'(x)}$ d'après le logiciel de calcul formel

Rem : L'énoncé comporte une coquille. Il est demandé de prouver cette relation sur $\mathbb{R}$ alors que f n'est définie que sur $\mathbb{R}_+$ (par choix de l'énoncé).
Donc la relation n'est valable que sur $\mathbb{R}_+$.
Elle aurait été valable sur $\mathbb{R}$ si f avait été définie sur $\mathbb{R}$ tout entier.

2) $f(50) = \dfrac{800}{1+15.e^{-0,05\times 50}} = \dfrac{800}{1+15\times e^{-2,5}}$ $\boxed{\approx 359 \text{ individus en } 2050,}$

arrondi à l'unité près.

3) On a : $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} -0{,}05x = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ par composition, $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-0{,}05x} = 0$

Puis par opérations sur les limites, on a :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{800}{1 + 15 \times 0} = \boxed{800}$$

$\boxed{\text{La droite d'équation } y = 800 \text{ est asymptote horizontale de } \mathcal{C} \text{ en } +\infty}$

Interprétation : $\boxed{\text{A très long terme, la population va se stabiliser à 800 individus.}}$

4) $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $f'(x) = \dfrac{600 . e^{-0{,}05x}}{(1 + 15 . e^{-0{,}05x})^2}$

or $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $e^{-0{,}05x} > 0$ et $(1 + 15 . e^{-0{,}05x})^2 > 1 > 0$

Donc $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $f'(x) > 0$

Ainsi $\boxed{f \text{ est (strictement) croissante sur } \mathbb{R}_+}$

5) Soit $x \in \mathbb{R}_+$,

$$\begin{aligned}
15 e^{-0{,}05x} - 1 \geqslant 0 &\iff 15 e^{-0{,}05x} \geqslant 1 \\
&\iff e^{-0{,}05x} \geqslant \frac{1}{15} \\
&\iff -0{,}05x \geqslant \ln\left(\frac{1}{15}\right) \\
&\iff -0{,}05x \geqslant -\ln(15) \\
&\iff 0{,}05x \leqslant \ln(15) \\
&\iff x \leqslant \frac{1}{0{,}05} . \ln(15) \\
&\iff \boxed{x \leqslant 20 . \ln(15)}
\end{aligned}$$

par stricte croissance de ln sur $\mathbb{R}_+^*$

6) ⓐ On a : $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $f''(x) = \dfrac{30.\, e^{-0,05x}}{\left(1+15\, e^{-0,05x}\right)^3} \left(15\, e^{-0,05x} - 1\right)$

d'après le logiciel de calcul formel.

Or $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $e^{-0,05x} > 0$

et $1 + 15\, e^{-0,05x} > 1 \overset{\text{par stricte croissance de } x \mapsto x^3 \text{ sur } \mathbb{R}_+}{\Longrightarrow} \left(1 + 15.\, e^{-0,05x}\right)^3 > 1 > 0$

Donc f'' est du signe de $\left(15\, e^{-0,05x} - 1\right)$ sur $\mathbb{R}_+$

D'après la question précédente, on a :

Soit $x \in \mathbb{R}_+$, $f''(x) \geqslant 0 \iff 15\, e^{-0,05x} - 1 \geqslant 0 \iff x \leqslant 20.\ln(15)$

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f		convexe	inflexion	concave	

f'' s'annule et change de signe en $x = 20.\ln(15)$, donc $\mathcal{E}$ admet un point d'inflexion I en $x_I = 20.\ln(15)$

$y_I = f(x_I) = f(20.\ln(15)) = \dfrac{800}{1 + 15.\, e^{-0,05 \times 20 \ln(15)}} = \dfrac{800}{1 + 15 \times e^{-\ln 15}}$

D'où $y_I = \dfrac{800}{1 + 15.\, e^{\ln\left(\frac{1}{15}\right)}} = \dfrac{800}{1 + 15 \times \frac{1}{15}} = \dfrac{800}{1+1} = 400$

Donc $\boxed{\mathcal{E} \text{ admet pour unique point d'inflexion : } I\begin{pmatrix} 20.\ln(15) \\ 400 \end{pmatrix}}$

(b)

x	0		$20\ln(15)$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f'		$\nearrow$		$\searrow$	

f' modélise la vitesse de croissance de la population,

et $20 \cdot \ln(15) \approx 54$ ans

Donc $\boxed{\text{la direction a raison avec son affirmation.}}$

Ex 3 :

→ Partie A :

1)

```
def suite(k):
    L = [ ]
    u = 5
    for i in range(k):
        L.append(u)
        u = 2 + log(u*u - 3)
    return(L)
```

ou range(0,k)

ou 2+ log(u**2 - 3)

2) Conjectures :

- Il semble que $\boxed{(u_n) \text{ est (strictement) croissante}}$
- Il semble que $\boxed{(u_n) \text{ converge vers } 5,164}$

3) La fonction "mystere(n)" renvoie :

- 1 si la suite (u_n) est croissante jusqu'au rang n.
- 0 dans les autres cas, i.e. s'il existe au moins un rang k inférieur à n pour lequel $u_k > u_{k+1}$.

Ainsi, comme "mystere(10000)" a renvoyé "1", ceci signifie que (u_n) est croissante sur ses 10 000 premiers termes.

Ceci tend à confirmer notre conjecture sur la croissance de (u_n), mais ne donne pas d'information sur la stricte croissance de (u_n).

→ Partie B : $\forall x \in [2;+\infty[$, $g(x) = 2 + \ln(x^2 - 3)$

1) On admet que g est dérivable sur $[2;+\infty[$,

$\forall x \in [2;+\infty[$, $g'(x) = 0 + \dfrac{2x}{x^2-3} = \dfrac{2x}{x^2-3}$

Or $\forall x \in [2;+\infty[$, $2x > 0$

et $x \geqslant 2 \Rightarrow x^2 \geqslant 4 \Rightarrow x^2 - 3 \geqslant 1 > 0$

D'où $\forall x \in [2;+\infty[$, $g'(x) > 0$

Donc $\boxed{g \text{ est (strictement) croissante sur } [2;+\infty[}$

2) ⓐ Démontrons par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$ $\mathcal{P}(n)$

Initialisation : Pour $n = 0$

On a $u_0 = 5$ et $u_1 = 2 + \ln(u_0^2 - 3) = 2 + \ln(5^2-3) = 2 + \ln(22) \approx 5{,}09$

D'où on a : $4 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6 \Rightarrow \mathcal{P}(0)$ vraie

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$

et montrons que $4 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 6$

On a HR : $4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6$

$\Rightarrow g(4) \leqslant g(u_n) \leqslant g(u_{n+1}) \leqslant g(6)$ ↲ par croissance de g sur $[2;+\infty[$

$\Rightarrow 2 + \ln(4^2-3) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 2 + \ln(6^2-3)$ ↲ car $\forall n \in \mathbb{N}$, $g(u_n) = u_{n+1}$

$\Rightarrow 4 \leqslant 4{,}56 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 5{,}50 \leqslant 6$ ↲ par transitivité

$\Rightarrow \mathcal{P}(n+1)$ vraie

Conclusion : $\mathcal{P}(n)$ vraie pour $n = 0$ et héréditaire à partir de ce rang, donc d'après le principe de récurrence : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ 4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6}$

(b) On a :

$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \leqslant u_{n+1} \implies (u_n)$ est croissante

$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \leqslant 6 \implies (u_n)$ est majorée par 6

D'après le théorème de la limite monotone, $\boxed{(u_n) \text{ converge}}$ vers un réel $\ell \in [4;6]$ (car $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \in [4;6]$)

→ Partie C : $\forall x \in [2;+\infty[,\ f(x) = 2 + \ln(x^2-3) - x$

1) (a) Procédons par disjonction de cas :

- On a $f(2) = 0$, donc $\alpha = 2$ est solution de $f(x) = 0$
- Sur $]2;3]$, f est strictement croissante et on a $f(2) = 0$, donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas de solution sur $]2;3]$
- Sur $]3;+\infty[$, f est continue et strictement décroissante.

  On a $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0{,}79 > 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

  Ainsi, $f(]3;+\infty[) =]-\infty; \ln(6)-1[$

  Or $0 \in]-\infty; \ln(6)-1[= f(]3;+\infty[)$

  Donc d'après le théorème de la bijection (corollaire du TVI), l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution β sur $]3;+\infty[$.

- Conclusion : l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β sur $[2;+\infty[$, avec $\alpha = 2$ et $\beta \in]3;+\infty[$

(b) On a $\boxed{\alpha = 2}$

Puis par balayage :

$f(5) > 0$ et $f(6) < 0$ donc $5 < \beta < 6$

puis $f(5{,}1) > 0$ et $f(5{,}2) < 0$ donc $5{,}1 < \beta < 5{,}6$

puis $f(5{,}16) > 0$ et $f(5{,}17) < 0$ donc $5{,}16 < \beta < 5{,}17$

puis $f(5{,}164) > 0$ et $f(5{,}165) < 0$ donc $5{,}164 < \beta < 5{,}165$

puis $f(5{,}1641) > 0$ et $f(5{,}1642) < 0$ donc $5{,}1641 < \beta < 5{,}1642$

donc $\boxed{\beta \approx 5{,}164}$ (à 10^{-3} près)

2) On a : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = g(u_n)$ et g est continue sur $[2 ; +\infty[$

Donc d'après le théorème du point fixe, en notant ℓ la limite de la suite (u_n) dont on sait qu'elle converge (voir partie B), on a :

$$g(\ell) = \ell \iff g(\ell) - \ell = 0$$
$$\iff \boxed{f(\ell) = 0}$$
$$\iff \ell = \alpha \text{ ou } \ell = \beta \quad \text{) d'après question C.1.a)}$$

Or $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [4 ; 6]$, donc $\ell \in [4 ; 6]$

D'après la question C.1.b), on a $\alpha \notin [4 ; 6]$ et $\beta \in [4 ; 6]$

Donc $\boxed{\ell = \beta} \approx 5{,}164$ à 10^{-3} près.

Ex 4 :

1) $\boxed{\text{Affirmation 1 : VRAIE}}$

$$\int_1^e f(x)\,dx = \int_1^e x.\ln x.\,dx$$

Utilisons une intégration par parties en utilisant les fonctions u et v suivantes qui sont $\mathcal{C}^1$ (continûment dérivables) sur $[1;e]$:

$u(x) = \ln x$ et $v'(x) = x$

$u'(x) = \frac{1}{x}$ et $v(x) = \frac{1}{2}x^2$

D'où
$$\int_1^e f(x).dx = \left[\frac{1}{2}x^2.\ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x}.dx$$
$$= \frac{1}{2}e^2.\ln e - \frac{1}{2}\times 1^2 \times \ln 1 - \frac{1}{2}\int_1^e x\,dx$$
$$= \frac{1}{2}e^2 - 0 - \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^e$$
$$= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}\left(e^2-1\right)$$
$$= \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}$$
$$= \frac{e^2+1}{4}$$

2) $\boxed{\text{Affirmation 2 : VRAIE}}$

Soient $(n;k) \in (\mathbb{N}^*)^2$ tq $k \leqslant n$

$$n.\binom{n-1}{k-1} = n\frac{(n-1)!}{(k-1)!\,((n-1)-(k-1))!} = \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k)!} = \frac{k.n!}{k.(k-1)!\,(n-k)!}$$

D'où
$$n.\binom{n-1}{k-1} = k.\frac{n!}{k!\,(n-k)!} = k.\binom{n}{k}$$

Il s'agit de la formule du pion,
ou du comité-président
ou du capitaine

3) **Affirmation 3 : VRAIE**

Recherchons l'éventuel paramètre t_A dans la représentation paramétrique de d :

$$\begin{cases} x_A = t_A + 1 \\ y_A = 2t_A + 1 \\ z_A = -t_A \end{cases} \iff \begin{cases} -1 = t_A + 1 \\ -3 = 2t_A + 1 \\ 2 = -t_A \end{cases} \iff \begin{cases} t_A = -2 \\ 2t_A = -4 \\ t_A = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} t_A = -2 \\ t_A = -2 \\ t_A = -2 \end{cases} \leftarrow \text{compatibles}$$

Donc $A\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \in d$

Affirmation 4 : FAUSSE

$\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ dirige d et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dirige d'

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ n'étant pas colinéaires d et d' ne sont ni parallèles ni confondues.

Etudions l'intersection $d \cap d'$:

$$d \cap d' : \begin{cases} t+1 = 2t'-1 \\ 2t+1 = -t'+2 \\ -t = t'+1 \end{cases} \iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ 2t = -t'-1 \\ 1 = 3t' \quad (L_1 + L_3) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 2t'-2 \\ t = \frac{-1}{2}(t'+1) \\ t' = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 2 \times \frac{1}{3} - 2 = \frac{2}{3} - 2 = \frac{-4}{3} \\ t = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}+1\right) = -\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \\ t' = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ incompatibles}$$

Donc $d \cap d' = \emptyset$

D'où les droites d et d' sont non coplanaires, donc non sécantes.

$\boxed{\text{Affirmation 5 : VRAIE}}$

On a dans le R.O.N. $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$: $A\begin{pmatrix}-1\\-3\\2\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}-5\\-5\\6\end{pmatrix}$

D'où $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$

et en notant I le milieu de [AB] :

$$\begin{cases} x_I = \frac{1}{2}(x_A+x_B) = \frac{1}{2}(-1-5) = \frac{1}{2}\times(-6) = -3 \\ y_I = \frac{1}{2}(y_A+y_B) = \frac{1}{2}(-3-5) = \frac{1}{2}\times(-8) = -4 \\ z_I = \frac{1}{2}(z_A+z_B) = \frac{1}{2}(2+6) = \frac{1}{2}\times 8 = 4 \end{cases}$$

D'où $I\begin{pmatrix}-3\\-4\\4\end{pmatrix}$

- D'après l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$, $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$ est normal au plan $\mathcal{P}$.

  On $\overrightarrow{AB} = -2\vec{n}$ donc $\overrightarrow{AB}$ est colinéaires à $\vec{n}$

  Ainsi, $\overrightarrow{AB}$ est aussi un vecteur normal à $\mathcal{P}$

  D'où $\boxed{(AB)\perp\mathcal{P}}$

- On a :
$$\begin{aligned} 2x_I + y_I - 2z_I + 18 &= 2\times(-3)+(-4)-2\times 4+18 \\ &= -6-4-8+18 \\ &= -10-8+18 \\ &= 0 \end{aligned}$$

  Donc $\boxed{I\in\mathcal{P}}$

- Conclusion :

  On a : $\begin{cases} I \text{ milieu de } [AB] \\ I\in\mathcal{P} \\ (AB)\perp\mathcal{P} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{P}$ est le plan médiateur de [AB]