Mathsapiens.fr

Baccalauréat général

Session 2025

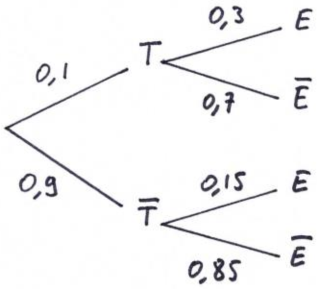
Centres étrangers – Sujet 1

12 juin 2025

Ex 1 :

⇒ Partie A :

1)



$P(\overline{T} \cap E) = P(\overline{T}) \times P_{\overline{T}}(E) = 0{,}9 \times 0{,}15 = \boxed{0{,}135}$

2) $\{T \,;\, \overline{T}\}$ forme un système complet d'événements

D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} P(E) &= P(T \cap E) + P(\overline{T} \cap E) \\ &= P(T) \times P_T(E) + 0{,}135 \\ &= 0{,}1 \times 0{,}3 + 0{,}135 \\ &= 0{,}03 + 0{,}135 \\ &\boxed{= 0{,}165} \end{aligned}$$

3) $P_E(T) = \dfrac{P(T \cap E)}{P(E)} = \dfrac{0{,}03}{0{,}165} = \dfrac{30}{165} = \dfrac{2}{11} \; \boxed{\approx 0{,}18}$ à 10^{-2} près

⇒ Partie B :

1) On répète $n = 15$ fois chaque épreuve, et la probabilité du succès est $p = 0{,}165$

D'où X suit la loi binomiale de paramètres $\boxed{n = 15 \text{ et } p = 0{,}165}$

$\boxed{X \sim \mathcal{B}(15\,;\,0{,}165)}$

2) $X \sim \mathcal{B}(15\,;\,0{,}165)$

D'où $P(X=5) = \binom{15}{5} \times 0{,}165^5 \times (1-0{,}165)^{15-5}$ $\boxed{\approx 0{,}06}$ à 10^{-2} près

3) $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X=0)$

$= 1 - \binom{15}{0} \times 0{,}165^0 \times (1-0{,}165)^{15-0}$

$= 1 - 1 \times 1 \times 0{,}835^{15}$

$= 1 - 0{,}835^{15}$

$\boxed{\approx 0{,}93}$ à 10^{-2} près

4) Soit $n \in \mathbb{N}^*$, et désormais $X \sim \mathcal{B}(n\,;\,0{,}165)$

On veut $P(X \geqslant 1) > 0{,}99$

$\Leftrightarrow 1 - P(X=0) > 0{,}99$

$\Leftrightarrow P(X=0) < 0{,}01$

$\Leftrightarrow \binom{n}{0} \times 0{,}165^0 \times (1-0{,}165)^{n-0} < 0{,}01$

$\Leftrightarrow 1 \times 1 \times 0{,}835^n < 0{,}01$

$\Leftrightarrow \ln(0{,}835^n) < \ln 0{,}01$ par stricte croissance de ln sur $\mathbb{R}_+^*$

$\Leftrightarrow n \times \ln 0{,}835 < \ln 0{,}01$ car $\ln 0{,}835 < 0$

$\Leftrightarrow n > \dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}835}$

On a $\dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}835} \approx 25{,}5$ et on veut $n \in \mathbb{N}^*$

Donc il faut $\boxed{\text{au moins } n = 26 \text{ contrôles}}$ pour respecter la contrainte.

⇒ Partie C :

1) $X_1 \sim \mathcal{B}(20\,;\,0{,}165)$

Donc $E(X_1) = n \times p = 20 \times 0{,}165 = \boxed{3{,}3}$

et $V(X_1) = n \times p \times (1-p) = 20 \times 0{,}165 \times 0{,}835 = \boxed{2{,}7555}$

2) On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ et $X_1 = X_2 = X_3$

Par linéarité de l'espérance, on a :

$$\begin{aligned} E(S) &= E(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) \\ &= 3 \times E(X_1) \\ &= 3 \times 3{,}3 \\ &= \boxed{9{,}9} \end{aligned}$$

Par ailleurs, les variables aléatoires X_1, X_2 et X_3 sont indépendantes

Donc
$$\begin{aligned} V(S) &= V(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= V(X_1) + V(X_2) + V(X_3) \\ &= 3 \times V(X_1) \\ &= 3 \times 2{,}7555 \\ &= \boxed{8{,}2665} \end{aligned}$$

3) Tout d'abord, on a l'équivalence suivante avec $E(S) = 10$

$$\begin{aligned} 6 < S < 14 &\iff 6-10 < S-10 < 14-10 \\ &\iff -4 < S - E(S) < 4 \\ &\iff |S - E(S)| < 4 \end{aligned}$$

Or d'après l'inégalité de Bienaymé – Tchebychev, on a :

$$P\left(|S-E(S)| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - P\left(|S-E(S)| < 4\right) \leqslant \frac{8,2665}{16}$$

$$\Leftrightarrow \quad P\left(|S-E(S)| < 4\right) \geqslant 1 - \frac{8,2665}{16}$$

$$\Leftrightarrow \quad P\left(6 < S < 14\right) \geqslant \frac{15\,467}{32\,000}$$

Or $\frac{15467}{32000} \approx 0,483 > 0,48$

Donc par transitivité, on a :

$$\boxed{P\left(6 < S < 14\right) \geqslant 0,48}$$

Ex 2 :

$\boxed{1)\ A}$

Dans le R.O.N., on a : $A\begin{pmatrix}-3\\1\\4\end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix}1\\5\\2\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$

Par ailleurs, $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d).

Le vecteur $\vec{u}$ possède une composante nulle alors que $\overrightarrow{AB}$ n'en a aucune.

Ainsi, $\forall k \in \mathbb{R}$, $\vec{u} \neq k.\overrightarrow{AB}$ i.e. $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont pas colinéaires.

Les droites (AB) et (d) ne sont donc pas parallèles, ce qui élimine la réponse D.

Puis $(AB) : \begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = 5 + 4\lambda \\ z = 2 - 2\lambda \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ et $(d) : \begin{cases} x = -6 + 3t \\ y = 1 \\ z = 9 - 5t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

Etudions leur éventuelle intersection :

$$(AB) \cap (d) : \begin{cases} 1 + 4\lambda = -6 + 3t \\ 5 + 4\lambda = 1 \\ 2 - 2\lambda = 9 - 5t \end{cases} \iff \begin{cases} 3t = 7 + 4\lambda \\ 4\lambda = -4 \\ 5t = 7 + 2\lambda \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = \frac{1}{3}(7 + 4\lambda) \\ \lambda = -1 \\ t = \frac{1}{5}(7 + 2\lambda) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = \frac{1}{3}(7 - 4) = 1 \\ \lambda = -1 \\ t = \frac{1}{5}(7 - 2) = 1 \end{cases}$$

compatibles

Ainsi, les droites (AB) et (d) sont sécantes. Ceci élimine la réponse C.

Vérifions s'il y a orthogonalité, et donc perpendicularité puisque les droites sont sécantes.

Dans le R.O.N., $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 4 \times 3 + 4 \times 0 + (-2) \times (-5) = 12 + 0 + 10 = 22 \neq 0$

Donc les droites (AB) et (d) ne sont pas perpendiculaires, éliminant la réponse B.

$\boxed{2)\ D}$

$\vec{n}\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ est normal à $\mathcal{P}$ d'après l'équation cartésienne proposée.

Or on a : $\overrightarrow{AB} = \vec{n}$

Donc (AB) est orthogonale à $\mathcal{P}$.

$\boxed{3)\ B}$

$\vec{n'}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$ est normal à $\mathcal{P}'$ d'après l'équation cartésienne proposée.

Le vecteur $\vec{n}$ a ses deux premières composantes égales, mais ce n'est pas le cas pour $\vec{n'}$. Donc $\forall k \in \mathbb{R}$, $\vec{n} \neq k.\vec{n'}$

Ainsi, les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ ne sont pas colinéaires, donc les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ ne sont ni confondus ni strictement parallèles. On élimine les réponses C et D.

Puis $\vec{n} \cdot \vec{n'} = 4 \times 2 + 4 \times 1 + (-2) \times 6 = 8 + 4 - 12 = 0$ donc $\vec{n} \perp \vec{n'}$

Ainsi $\mathcal{P} \perp \mathcal{P}'$

$\boxed{4)\ B}$

Dans le R.O.N., on a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$ et $A\begin{pmatrix}-3\\1\\4\end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$

On a d'une part : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 4\times 3 + 4\times 0 + (-2)\times(-5) = 12 + 0 + 10 = 22$

Par ailleurs, on a :

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{\overrightarrow{AB}^2} = \sqrt{4^2+4^2+(-2)^2} = \sqrt{16+16+4} = \sqrt{36} = 6$$

$$AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{\overrightarrow{AC}^2} = \sqrt{3^2+0^2+(-5)^2} = \sqrt{9+0+25} = \sqrt{34}$$

Puis $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB\times AC\times\cos\widehat{BAC}$

D'où $\cos\widehat{BAC} = \dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{AB\times AC} = \dfrac{22}{6\sqrt{34}} = \dfrac{11}{3\sqrt{34}}$

Puis $\widehat{BAC} = \cos^{-1}\left(\dfrac{11}{3\sqrt{34}}\right) \simeq 51°$

Ex 3 :

$\Rightarrow$ Partie A : $\forall x \in]-1 ; +\infty[$, $f(x) = 4\ln(x+1) - \frac{x^2}{25}$

1) On a : $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -1^+} x+1 = 0^+ \\ \lim\limits_{X \to 0^+} \ln X = -\infty \end{cases}$ $\Rightarrow$ Par composition, $\lim\limits_{x \to -1^+} \ln(x+1) = -\infty$

puis $\lim\limits_{x \to -1^+} 4\ln(x+1) = -\infty$

Par ailleurs, $\lim\limits_{x \to -1^+} \frac{x^2}{25} = \frac{1}{25}$

Donc par opérations sur les limites, on a : $\boxed{\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = -\infty}$

2) On admet dans l'énoncé que f est dérivable sur $]-1 ; +\infty[$

$\forall x \in]-1;+\infty[$, $f'(x) = 4 \times \frac{1}{x+1} - \frac{2x}{25}$

$$= \frac{4 \times 25 - 2x(x+1)}{25(x+1)}$$

$$= \boxed{\frac{100 - 2x - 2x^2}{25(x+1)}}$$

3) $\forall x \in]-1;+\infty[$, $25(x+1) > 0$

Donc $f'(x)$ est du signe de la fonction polynôme de degré 2 : $-2x^2 - 2x + 100$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-2) \times 100 = 4 + 800 = 804$

Puis on a : $x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{804}}{2 \times (-2)} = \frac{2 - 2\sqrt{201}}{2 \times (-2)} = \frac{-1 + \sqrt{201}}{2} \approx 6,59$

et $x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{804}}{2 \times (-2)} = \frac{2 + 2\sqrt{201}}{2 \times (-2)} = \frac{-1 - \sqrt{201}}{2} \approx -7,59$

Sur $\mathbb{R}$, on a :

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{201}}{2}$ $\approx -7{,}59$		-1		$\frac{-1+\sqrt{201}}{2}$ $\approx 6{,}59$		$+\infty$
$-2x^2-2x+100$		$-$	0		$+$		0	$-$	

D'où pour $f'(x)$ sur $]-1\,;+\infty[$, on a :

x	-1		$\frac{-1+\sqrt{201}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	↗		↘	

On a f strictement croissante sur $\left]-1\,;\dfrac{-1+\sqrt{201}}{2}\right]$

et $[2\,;6{,}5] \subset \left]-1\,;\dfrac{-1+\sqrt{201}}{2}\right]$ car $\dfrac{-1+\sqrt{201}}{2} \approx 6{,}59$

Donc $\boxed{f \text{ est strictement croissante sur } [2\,;6{,}5]}$

4) Procédons par disjonction de cas :

* Sur $[2\,;m[$, h est strictement croissante

On a $h(2) = f(2) - 2 = 4\ln(2+1) - \dfrac{2^2}{25} - 2 = 4\ln(3) - \dfrac{54}{25} \approx 2{,}2 > 0$

Ainsi, h est minorée par $h(2) > 0$ sur $[2\,;m[$

Donc l'équation $h(x) = 0$ ne possède aucune solution sur $[2\,;m[$

* Sur $[m ; 6,5]$, f est continue (car dérivable) donc par somme de fonctions continues, h est continue sur $[m ; 6,5]$.

De plus, h est strictement décroissante sur $[m ; 6,5]$

On a $h(m) = M \simeq 2,265 > 0$

et $h(6,5) = f(6,5) - 6,5 = 4 \ln(7,5) - \frac{6,5^2}{25} - 6,5 \simeq -0,13 < 0$

On a ainsi $0 \in [h(6,5) ; h(m)] = h([m ; 6,5])$

D'après le théorème de la bijection (corollaire du TVI),

$\exists ! \alpha \in [m ; 6,5]$, $h(\alpha) = 0$

* Conclusion : $\boxed{\text{l'équation } h(x) = 0 \text{ admet une unique solution } \alpha \text{ sur } [2 ; 6,5]}$

5) a) En lançant le script, on obtient le couple de valeurs suivant, les valeurs étant arrondies à 10^{-2} près : $\boxed{(6,36 ; 6,37)}$

b) le script tourne tant que $f(x) - x > 0$, i.e. $h(x) > 0$

En partant $x = 6$, avec $h(6) \simeq 0,34 > 0$, on rajoute à chaque boucle un pas de 10^{-m}, ici 10^{-2}.

le script renvoie donc la première valeur de x pour laquelle $h(x) < 0$, précédée de la dernière valeur de x pour laquelle $h(x) > 0$.

On obtient donc un encadrement de α à 10^{-m} près, ici à 10^{-2} près.

D'où $\boxed{\alpha \in]6,36 ; 6,37]}$

⚠ le script ne permet pas, en théorie, de savoir si $h(6,37) = 0$

```
>>> bornes(2)
(6.359999999999992, 6.369999999999992)
```

$\Rightarrow$ Partie B : Soit (u_n) : $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$

1) Démontrons par récurrence $\mathcal{P}(n)$: $\forall n \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6{,}5$

Initialisation : Pour $n = 0$, on a $u_0 = 2$

Puis $u_1 = f(u_0) = f(2) = 4\ln(2+1) - \frac{2^2}{25} \approx 4{,}23$

D'où $2 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 6{,}5$ $\Rightarrow$ $\mathcal{P}(0)$ vraie

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, on suppose que $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6{,}5$

montrons que $2 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 6{,}5$

D'après la question 3) de la partie A, la fonction f est (strictement) croissante sur $[2 ; 6{,}5]$.

Donc en partant de l'hypothèse de récurrence et en composant par f, on obtient :

(HR) $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6{,}5$

$\Rightarrow f(2) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(6{,}5)$) car f est croissante sur $[2 ; 6{,}5]$

$\Rightarrow f(2) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant f(6{,}5)$

Par ailleurs, on a $f(2) = u_1 \geqslant 2$

et $f(6{,}5) = 4\ln(7{,}5) - \frac{6{,}5^2}{25} \approx 6{,}37 \leqslant 6{,}5$

Donc par transitivité, on a : $2 \leqslant f(2) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant f(6{,}5) \leqslant 6{,}5$

$\Rightarrow 2 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 6{,}5$

$\Rightarrow \mathcal{P}(n+1)$ vraie

Conclusion : $\mathcal{P}(n)$ vraie pour $n = 0$ et héréditaire à partir de ce rang, donc d'après le principe de récurrence, on a :

$\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, \ 2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 6{,}5}$

2) D'après la question précédente, on a :

$$\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, \ u_n \leqslant u_{n+1} & \Rightarrow \ (u_n) \text{ est croissante} \\ \forall n \in \mathbb{N}, \ u_n \leqslant 6{,}5 & \Rightarrow \ (u_n) \text{ est majorée par } 6{,}5 \end{cases}$$

Donc d'après le théorème de la limite monotone, $\boxed{(u_n) \text{ converge}}$ vers un réel $\ell \leqslant 6{,}5$. De plus, comme $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant 2$, on a $\ell \in [2 ; 6{,}5]$

3) On a : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$ avec f continue (car dérivable) sur $[2 ; 6{,}5]$

Comme (u_n) converge vers ℓ, alors d'après le théorème du point fixe, on sait que : $f(\ell) = \ell$

$$\Leftrightarrow f(\ell) - \ell = 0$$

$$\Leftrightarrow h(\ell) = 0$$

d'après la question 4) de la partie A.

$$\Leftrightarrow \boxed{\ell = \alpha}$$

Ex 4 :

⇒ Partie A : Soit (E_1) : $y' + 0{,}48y = \frac{1}{250}$ avec y définie sur $\mathbb{R}_+$

1) La fonction h est une fonction constante dérivable sur $\mathbb{R}_+$

et on a $\forall t \in \mathbb{R}_+$, $h'(t) = 0$

D'où $\forall t \in \mathbb{R}_+$, $h'(t) + 0{,}48 \times h(t) = 0 + 0{,}48 \times \frac{1}{120}$

$$= \frac{12}{25} \times \frac{1}{120}$$

$$= \frac{1}{250}$$

Donc $\boxed{h : t \longmapsto \frac{1}{120} \text{ est solution de } (E_1)}$

Il s'agit d'une solution particulière.

2) Soit (E_H) : $y' + 0{,}48y = 0$ l'équation différentielle homogène associée à (E_1).

On a $y' + 0{,}48y = 0 \iff y' = -0{,}48y$

Donc la forme générale des solutions de (E_H) est :

$$\boxed{\forall t \in \mathbb{R}_+, \ g(t) = \lambda . e^{-0{,}48t}, \ \lambda \in \mathbb{R}}$$

3) Les solutions de (E_1) sont donc les fonctions f définies sur $\mathbb{R}_+$ telles que $f = g + h$

$$\boxed{\mathcal{S}_{(E_1)} = \left\{ t \in \mathbb{R}_+ \longmapsto \lambda . e^{-0{,}48t} + \frac{1}{120}, \ \lambda \in \mathbb{R} \right\}}$$

$\Rightarrow$ Partie B :

1) La fonction p est dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}_+$

Donc la fonction $y = \frac{1}{p}$ est également dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}_+$

On a : $\forall t \in \mathbb{R}_+,\ p'(t) = \dfrac{-y'(t)}{(y(t))^2}$

Puis p est solution de (E_2)

$$\Rightarrow \forall t \in \mathbb{R}_+,\ p'(t) = \frac{1}{250} \times p(t) \times (120 - p(t))$$

$$\Rightarrow \frac{-y'(t)}{(y(t))^2} = \frac{1}{250} \times \frac{1}{y(t)} \times \left(120 - \frac{1}{y(t)}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{-y'(t)}{(y(t))^2} = \frac{12\cancel{0}}{25\cancel{0}} \times \frac{1}{y(t)} - \frac{1}{250} \times \frac{1}{(y(t))^2}$$

$\times (y(t))^2$

$$\Rightarrow -y'(t) = \frac{12}{25} \times y(t) - \frac{1}{250}$$

$$\Rightarrow y'(t) = -0{,}48 \times y(t) + \frac{1}{250}$$

$$\Rightarrow y'(t) + 0{,}48\, y(t) = \frac{1}{250}$$

$\Rightarrow$ y est solution de (E_1)

Ainsi, on a bien : $\boxed{p \text{ solution de } (E_2) \Rightarrow y \text{ solution de } (E_1)}$

2) On a ainsi, en admettant la réciproque :

p est solution de (E_2) $\Leftrightarrow$ y est solution de (E_1)

Or (E_1) a pour solution générale :

$$\forall t \in \mathbb{R}_+, \quad y(t) = \lambda . e^{-0{,}48t} + \frac{1}{120} \quad , \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

D'où $\forall t \in \mathbb{R}_+$, $p(t) = \dfrac{1}{y(t)}$

$$= \frac{1}{\lambda . e^{-0{,}48t} + \frac{1}{120}}$$

$$= \frac{120}{120\lambda . e^{-0{,}48t} + 1}$$

$$= \boxed{\frac{120}{1 + K . e^{-0{,}48t}}} \quad \text{avec} \quad \boxed{K = 120.\lambda \in \mathbb{R}}$$

3) D'après l'énoncé, on a :

$$p(0) = 30 \Leftrightarrow \frac{120}{1 + K . e^{-0{,}48 \times 0}} = 30$$

$$\Leftrightarrow \frac{120}{1+K} = 30$$

$$\Leftrightarrow 1 + K = \frac{120}{30} \quad \text{et} \quad K \neq -1$$

$$\Leftrightarrow K = 4 - 1 \quad \text{et} \quad K \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{K = 3}$$

4) $\forall t \in \mathbb{R}_+, \quad p(t) = \dfrac{120}{1+3\,e^{-0,48t}}$

On a : $\begin{cases} \lim\limits_{t \to +\infty} -0,48t = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Par composition, $\lim\limits_{t \to +\infty} e^{-0,48.t} = 0$

Puis par opérations sur les limites, on a :

$$\lim_{t \to +\infty} p(t) = \frac{120}{1+3\times 0} = \boxed{120}$$

Interprétation : $\boxed{\text{A très long terme, il y aura 120 000 bactéries dans le milieu.}}$

5) Soit $t \in \mathbb{R}_+$, on veut :

$$p(t) > 60 \iff \frac{120}{1+3\,e^{-0,48t}} > 60$$

car $\forall t \in \mathbb{R}_+$, $1+3\,e^{-0,48t} > 0$

$$\iff 1+3\,e^{-0,48t} < \frac{120}{60}$$

$$\iff 3.\,e^{-0,48t} < 2-1$$

$$\iff e^{-0,48t} < \frac{1}{3}$$

par stricte croissance de ln sur $\mathbb{R}_+^*$

$$\iff -0,48t < \ln\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\iff -0,48t < -\ln 3$$

$$\iff 0,48t > \ln 3$$

$$\iff t > \frac{\ln 3}{0,48} \qquad \text{or } \frac{\ln 3}{0,48} \simeq 2,289$$

Puis comme $0,289\text{ h} = 0,289 \times 60 \text{ min} = 17,34 \text{ min} > 17 \text{ min}$

Il faudra donc attendre $\boxed{\text{au moins 2 heures et 18 minutes}}$ pour avoir 60 000 bactéries.