Ex 1 :

1) Comme ABCDEFGH est un cube et $I \in [EF]$, on a $(IF) \perp (FGB)$

Donc $\mathcal{V}_{FIGB} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{FGB} \times IF$ puis (IF) est la hauteur du tétraèdre FIGB issue de I (et donc relative à la base FGB)

Comme I est le milieu de $[EF]$, on a $IF = \frac{1}{2} EF = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ u.l.

Puis FGB est rectangle en F, donc $\mathcal{A}_{FGB} = \frac{1}{2} . FB \times FG = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$ u.a.

D'où $\mathcal{V}_{FIGB} = \frac{1}{3} \mathcal{A}_{FGB} \times IF = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12} \text{ u.v.}}$

2) I est le milieu de $[EF]$ et on a $E\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ et $F\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

Donc $\begin{cases} x_I = \frac{1}{2}(x_E + x_F) = \frac{1}{2}(0+1) = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{1}{2}(y_E + y_F) = \frac{1}{2}(0+0) = 0 \\ z_I = \frac{1}{2}(z_E + z_F) = \frac{1}{2}(1+1) = 1 \end{cases}$, d'où $\boxed{I\begin{pmatrix}1/2\\0\\1\end{pmatrix}}$

3) Dans le R.O.N., on a $D\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ et $J\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$

De même, on a $B\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $I\begin{pmatrix}1/2\\0\\1\end{pmatrix}$ et $G\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix}-1/2\\0\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

On a $\begin{cases} \overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{BI} = 2 \times \frac{-1}{2} + (-1) \times 0 + 1 \times 1 = -1 + 0 + 1 = 0 & \text{donc } \overrightarrow{DJ} \perp \overrightarrow{BI} \\ \overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{BG} = 2 \times 0 + (-1) \times 1 + 1 \times 1 = 0 - 1 + 1 = 0 & \text{donc } \overrightarrow{DJ} \perp \overrightarrow{BG} \end{cases}$

$\overrightarrow{DJ}$ est orthogonal à deux vecteurs $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BG}$ non colinéaires (positions des 0 dans les coordonnées) qui dirigent le plan (BIG), donc $\boxed{\overrightarrow{DJ} \text{ est normal à } (BIG).}$

4) $\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ est normal au plan (BIG), donc (BIG) a une équation cartésienne de la forme $2x+(-1)\cdot y+1\times z+d=0 \iff 2x-y+z+d=0$

Or $B\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\in(BIG)$ donc $2x_B-y_B+z_B+d=0 \iff 2\times1-0+0+d=0 \iff d=-2$

D'où (BIG) : $\boxed{2x-y+z-2=0}$

5) $d\perp(BIG)$ donc $\overrightarrow{DJ}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$ normal à (BIG) est un vecteur directeur de d.

De plus, $F\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\in d$, d'où :

$$\boxed{d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=1+t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}}$$

⚠ Ne pas oublier

6) a) $d\cap(BIG)$: $\begin{cases}2x-y+z-2=0\\x=1+2t\\y=-t\\z=1+t\end{cases}$

$\Rightarrow 2(1+2t)-(-t)+(1+t)-2=0$

$\Rightarrow \cancel{2}+4t+t+1+t-\cancel{2}=0$

$\Rightarrow 6t+1=0$

$\Rightarrow t=-\frac{1}{6}$

Puis $\begin{cases}x=1+2t=1+2\times\frac{-1}{6}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\\[2pt] y=-t=-\frac{-1}{6}=\frac{1}{6}\\[2pt] z=1+t=1+\frac{-1}{6}=\frac{5}{6}\end{cases}$

D'où $\boxed{d\cap(BIG)=\left\{L\begin{pmatrix}2/3\\1/6\\5/6\end{pmatrix}\right\}}$

b) On a $F\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ et $L\begin{pmatrix}2/3\\1/6\\5/6\end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{FL}\begin{pmatrix}-1/3\\1/6\\-1/6\end{pmatrix}$

Puis $FL=\|\overrightarrow{FL}\|=\sqrt{\overrightarrow{FL}^2}=\sqrt{\left(\frac{-1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{-1}{6}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}}=\sqrt{\frac{6}{36}}=\boxed{\frac{\sqrt{6}}{6}}$ u.l.

c) On a $\begin{cases} d \cap (BIG) = \{L\} \\ d \perp (BIG) \\ F \in d \end{cases}$ $\Rightarrow$ L est le projeté orthogonal de F sur (BIG)

D'où [FL] est la hauteur du tétraèdre FIGB issue du sommet F, et donc relative à la base triangulaire BIG.

On a donc $V_{FIGB} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{BIG} \times FL$

$$\Leftrightarrow \mathcal{A}_{BIG} = \frac{3\,V_{FIGB}}{FL}$$

D'après questions 1) et 6).b

$$= \frac{3 \times \frac{1}{12}}{\frac{\sqrt{6}}{6}}$$

$$= \frac{1}{\cancel{4}_{2}} \times \frac{\cancel{6}^{3}}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\cancel{3}^{1}}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{\cancel{6}_{2}}$$

$$\boxed{= \frac{\sqrt{6}}{4} \text{ u.a.}}$$

Ex2 :

$\Rightarrow$ Partie A : $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) = e^{2x} - e^{x} + 1$

1) On a $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0^{+}$

Donc par composition, $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = 0^{+}$

Puis par somme : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} - e^{x} + 1 = 0 - 0 + 1 = \boxed{1}$

2) $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ est une F.I. du type "$\infty - \infty$"

Or $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) = e^{x}\left(e^{x} - 1 + e^{-x}\right)$

On a $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = 0^{+}$

Donc par somme, $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{x} - 1 + e^{-x} = +\infty$

Puis par produit : $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty}$

3) La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R},\ g'(x) = 2e^{2x} - e^{x} + 0 = 2 \times e^{x} \underline{\times e^{x}} - 1 \underline{\times e^{x}} = \boxed{e^{x}\left(2e^{x} - 1\right)}$

4) On a : $\forall x \in \mathbb{R},\ e^{x} > 0$ donc g' est du signe de $2e^{x} - 1$ sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) \geqslant 0 \iff 2e^{x} - 1 \geqslant 0 \iff 2e^{x} \geqslant 1 \iff e^{x} \geqslant \frac{1}{2} \iff x \geqslant \ln\left(\frac{1}{2}\right)$
$\iff x \geqslant -\ln 2$

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	$\searrow$	$\frac{3}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

$g(-\ln 2) = \left(e^{\ln \frac{1}{2}}\right)^{2} - e^{\ln \frac{1}{2}} + 1$
$= \left(\frac{1}{2}\right)^{2} - \frac{1}{2} + 1$
$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$
$= \frac{3}{4}$

5) D'après le tableau précédent, g admet $\frac{3}{4}$ pour minimum sur $\mathbb{R}$

Donc $\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) > 0}$

6) En posant $X = e^x$, on a :

$$e^{2x} - e^x + 1 > 0 \iff \begin{cases} X = e^x \\ X^2 - X + 1 > 0 \end{cases} \qquad \left(\text{car } e^{2x} = (e^x)^2\right)$$

Etudions le polynôme du second degré obtenu :

$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 1 - 4 = -3 < 0$ donc aucune racine <u>réelle</u>.

Donc le polynôme est de signe constant, du signe du coefficient dominant $1 > 0$

D'où $\forall X \in \mathbb{R},\ X^2 - X + 1 > 0$

Ainsi, en revenant à l'équation de départ : $\forall x \in \mathbb{R},\ e^{2x} - e^x + 1 > 0$

OU en passant par la forme canonique :

$$\begin{aligned} X^2 - X + 1 &= \underbrace{X^2 - 2 \times \tfrac{1}{2} \times X + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2} - \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 + 1 \\ &= \left(X - \tfrac{1}{2}\right)^2 - \tfrac{1}{4} + 1 \\ &= \left(X - \tfrac{1}{2}\right)^2 + \tfrac{3}{4} \qquad \geqslant \tfrac{3}{4} > 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Partie B : $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \ln\left(e^{2x} - e^{x} + 1\right) = \ln\left(g(x)\right)$

1) D'après la question A.5), on a : $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) > 0$

Comme la fonction ln est définie sur $\mathbb{R}_+^*$, les règles de composition nous permettent d'affirmer que $\boxed{f \text{ est bien définie sur } \mathbb{R}.}$

2) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée d'une fonction g dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}$ par la fonction logarithme népérien : $f = \ln \circ g$

Puis $\boxed{\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = \dfrac{g'(x)}{g(x)}} = \dfrac{e^{x}(2e^{x} - 1)}{e^{2x} - e^{x} + 1}$

$\boxed{(\ln u)' = \dfrac{u'}{u} \text{ avec } u > 0 \text{ dérivable sur l'intervalle considéré}}$

3) On a $f(0) = \ln\left(e^{2\times 0} - e^{0} + 1\right) = \ln(1 - 1 + 1) = \ln 1 = 0$

et $f'(0) = \dfrac{e^{0}(2\times e^{0} - 1)}{e^{2\times 0} - e^{0} + 1} = \dfrac{1 \times (2\times 1 - 1)}{1 - 1 + 1} = \dfrac{1}{1} = 1$

Donc la tangente à $\mathcal{C}_f$ en 0 a pour équation :

$$y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$$

$\iff y = 1 \times x + 0$

$\iff \boxed{y = x}$

4) $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = \dfrac{g'(x)}{g(x)}$

Or d'après la question A.5), on a $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) > 0$

Donc f' est du signe de g' sur $\mathbb{R}$

Ainsi, f suit les mêmes variations que g sur $\mathbb{R}$.
En utilisant le tableau de variations de la question A.4), on en conclut que

f est strictement croissante sur $[-\ln 2 \,;\, +\infty[$

<u>Rem:</u> le fait que g' s'annule ponctuellement en $x = -\ln 2$ n'est pas un obstacle à la <u>stricte</u> croissance de f (ou de g) sur l'intervalle $[-\ln 2 \,; +\infty[$ fermé à gauche (théorème du cours).

5) La fonction f est <u>continue</u> (car dérivable) et <u>strictement croissante</u> sur $[-\ln 2 \,; +\infty[$

On a $f(-\ln 2) = \ln \circ g(-\ln 2) = \ln\left(g(-\ln 2)\right) = \ln\left(\frac{3}{4}\right) < 0 < 2$

De plus, d'après la question A.2), on a : $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

Donc par composition par $\ln$, comme $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$, on a $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Ainsi, $f\left([-\ln 2 \,; +\infty[\right) = \left[\ln\left(\frac{3}{4}\right) ; +\infty\right[$

Comme $2 \in f\left([-\ln 2 \,; +\infty[\right)$, d'après le théorème de la bijection (corollaire du TVI), $\boxed{\exists !\, \alpha \in [-\ln 2 \,; +\infty[\,,\ f(\alpha) = 2}$

Puis par balayage :

$f(0) = 0 < 2$ et $f(2) > 2$ donc $\alpha \in \,]0 \,; 2[$

puis $f(1{,}1) < 2$ et $f(1{,}2) > 2$ donc $\alpha \in \,]1{,}1 \,; 1{,}2[$

puis $f(1{,}12) < 2$ et $f(1{,}13) > 2$ donc $\alpha \in \,]1{,}12 \,; 1{,}13[$

puis $f(1{,}123) < 2$ et $f(1{,}124) > 2$ donc $\alpha \in \,]1{,}123 \,; 1{,}124[$

D'où $\boxed{\alpha \simeq 1{,}12}$ (à 10^{-2} près)

$\Rightarrow$ Partie C :

* $\boxed{\text{Conjecture 1 : Vraie}}$

D'après la question B.5), l'équation $f(x) = 2$ admet exactement une solution sur $[-\ln 2 \,;\, +\infty[$, donc cette équation admet au moins une solution sur $\mathbb{R}$.

* $\boxed{\text{Conjecture 2 : Fausse}}$

On a $-\ln 2 \simeq -0{,}69 < -0{,}5$

D'après la question B.4), f est croissante sur $[-\ln 2 \,;\, +\infty[$

Or $[-0{,}5 \,;\, +\infty[\subset [-\ln 2 \,;\, +\infty[$

Donc $[-0{,}5 \,;\, +\infty[$ n'est pas le plus grand intervalle sur lequel f est croissante.

* $\boxed{\text{Conjecture 3 : Fausse.}}$

D'après la question B.3), la tangente à $\mathcal{C}_f$ en 0 a pour équation réduite : $y = x$

Ex 3 :

1) ⓐ On dispose le 1er jour de 2g de polonium, chaque gramme contenant 3×10^{21} noyaux

D'où $v_0 = 2 \times 3 \times 10^{21} = \boxed{6 \times 10^{21}}$

ⓑ Chaque jour, on perd 0,5% des noyaux.

D'où il reste $v_n - 0{,}005\, v_n = 0{,}995\, v_n$

De plus, on rajoute chaque jour 0,005 g de polonium, i.e $0{,}005 \times 3 \times 10^{21}$ noyaux. Or $0{,}005 \times 3 \times 10^{21} = 5 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{21} = 15 \times 10^{18} = 1{,}5 \times 10^{19}$

Finalement : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ v_{n+1} = 0{,}995\, v_n + 1{,}5 \times 10^{19}}$

2) ⓐ Démontrons par récurrence $\mathcal{P}(n)$: $\forall n \in \mathbb{N},\ 0 \leqslant v_{n+1} \leqslant v_n$

Initialisation : Pour $n = 0$, $v_0 = 6 \times 10^{21}$

et $v_1 = 0{,}995\, v_0 + 1{,}5 \times 10^{19} = 5{,}985 \times 10^{21}$

On a $0 \leqslant v_1 \leqslant v_0 \Rightarrow \mathcal{P}(0)$ vraie

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $0 \leqslant v_{n+1} \leqslant v_n$

et montrons que $0 \leqslant v_{n+2} \leqslant v_{n+1}$

On a $0 \leqslant v_{n+1} \leqslant v_n \Rightarrow 0 \leqslant 0{,}995 v_{n+1} \leqslant 0{,}995 v_n$

$\Rightarrow 1{,}5 \times 10^{19} \leqslant 0{,}995\, v_{n+1} + 1{,}5 \times 10^{19} \leqslant 0{,}995\, v_n + 1{,}5 \times 10^{19}$

$\Rightarrow 0 \leqslant v_{n+2} \leqslant v_{n+1}$ par transitivité

$\Rightarrow \mathcal{P}(n+1)$ vraie

Conclusion : $\mathcal{P}(n)$ vraie pour $n = 0$ et héréditaire à partir de ce rang, donc d'après le principe de récurrence :

$\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ 0 \leqslant v_{n+1} \leqslant v_n}$

ⓑ D'après la question précédente :

$\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, \ 0 \leqslant v_n \quad \Rightarrow \quad (v_n) \text{ est minorée par } 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \ v_{n+1} \leqslant v_n \quad \Rightarrow \quad (v_n) \text{ est décroissante} \end{cases}$

Donc d'après le théorème de la convergence monotone, $\boxed{(v_n) \text{ converge}}$ vers un réel $l \geqslant 0$.

3) ⓐ $\forall n \in \mathbb{N}, \ u_n = v_n - 3 \times 10^{21}$

Puis $\forall n \in \mathbb{N}, \ u_{n+1} = v_{n+1} - 3 \times 10^{21}$

$= 0{,}995\, v_n + 1{,}5 \times 10^{19} - 3 \times 10^{21}$

$= 0{,}995\, v_n - 2{,}985 \times 10^{21}$

$= 0{,}995\, v_n - 0{,}995 \times 3 \times 10^{21}$

$= 0{,}995 \left(v_n - 3 \times 10^{21} \right)$

$= 0{,}995 \times u_n$

Donc $\boxed{(u_n) \text{ est géométrique de raison } q = 0{,}995}$

ⓑ On a $u_0 = v_0 - 3 \times 10^{21} = 6 \times 10^{21} - 3 \times 10^{21} = 3 \times 10^{21}$

D'où $\forall n \in \mathbb{N}, \ u_n = u_0 \times q^n = 3 \times 10^{21} \times 0{,}995^n$

Puis $\forall n \in \mathbb{N}, \ u_n = v_n - 3 \times 10^{21} \iff v_n = u_n + 3 \times 10^{21}$

$\iff v_n = 3 \times 10^{21} \times 0{,}995^n + 3 \times 10^{21} \times 1$

$\iff \boxed{v_n = 3 \times 10^{21} \times \left(0{,}995^n + 1 \right)}$

ⓒ On a $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}995^n = 0$ car $0{,}995 \in]-1;1[$

Puis par opérations sur les limites : $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 3 \times 10^{21} \times (0+1) = \boxed{3 \times 10^{21}}$

A très long terme, il restera 3×10^{21} noyaux atomiques (de polonium) dans le morceau.

4) On veut $v_n \leqslant 4,5 \times 10^{21}$

$\Leftrightarrow 3 \times \cancel{10^{21}} (0,995^n + 1) \leqslant 4,5 \times \cancel{10^{21}}$

$\Leftrightarrow 0,995^n + 1 \leqslant \frac{4,5}{3}$

$\Leftrightarrow 0,995^n \leqslant 1,5 - 1$

$\Leftrightarrow 0,995^n \leqslant \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \ln(0,995^n) \leqslant \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ par croissance de ln sur $\mathbb{R}_+^*$

$\Leftrightarrow n \times \ln(0,995) \leqslant -\ln 2$

$\Leftrightarrow n \geqslant -\frac{\ln 2}{\ln 0,995}$ car $\ln 0,995 < 0$

Or $-\frac{\ln 2}{\ln 0,995} \simeq 138,3$ et on veut $n \in \mathbb{N}$

Il faudra donc attendre $\boxed{139 \text{ jours.}}$

5) a) 1ère possibilité : la définition par récurrence

```
V = 0,995 * V + 1.5 * 10 ** 19
```

2ème possibilité : la forme explicite de la question 3.b

```
V = 3 * (10 ** 21) * (1 + 0.995 ** n)
```

b) n est donc la valeur correspondant au nombre de jours pendant les 52 semaines, i.e. $52 \times 7 = 364$ jours.

L'instruction "range(n)" signifie "range(0, n)".

En langage naturel, ceci signifie que la boucle "for" ira du rang 0 au rang $n-1$. Il y aura donc bien $n-1-0+1 = n$ boucles.

D'où $\boxed{n = 364}$

Ex 4 :

$\boxed{1)\ B}$

Soit (u_n) : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 7 + 3n$

On a $u_n = 2023 \iff 7 + 3n = 2023$
$\iff 3n = 2016$
$\iff n = \frac{2016}{3} = 672$

La liste comprend tous les termes de (u_n) entre u_0 et u_{672}.

Il y en a donc : $672 - 0 + 1 = 673$

$\boxed{2)\ C}$

* Si n est pair : $n = 2k \Rightarrow 3n = 6k = 2(\times 3k)$
$\Rightarrow 3n + 7 = 2 \times 3k + 7 = 2 \times 3k + 2 \times 3 + 1 = 2 \times (3k + 3) + 1$
$= 2 \times k' + 1$

Donc n pair $\Rightarrow u_n$ impair

* Si n est impair : $n = 2k+1 \Rightarrow 3n = 3(2k+1) = 2 \times 3k + 3 = 2 \times 3k + 2 + 1$
$= 2 \times (3k+1) + 1$

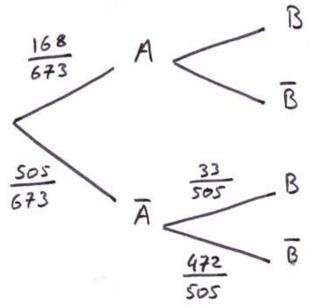
$\Rightarrow 3n + 7 = 2 \times (3k+1) + 1 + 7$
$= 2 \times (3k+1) + 8$
$= 2 \times (3k+1) + 2 \times 4$
$= 2 \times (3k+5)$
$= 2k'$

Donc n impair $\Rightarrow u_n$ pair

* Ainsi, les nombres de la liste changent de parité à chaque rang.
Comme il y a un nombre impair (673) de termes, et que le premier et le dernier sont impairs, il y a en fait $\frac{673-1}{2} = \frac{672}{2} = 336$ nombres pairs.

D'où $P(\text{"pair"}) = \frac{\text{Card}(\text{"Pair"})}{\text{Card}(\Omega)} = \frac{336}{673}$

$\boxed{3)\ B}$ Il s'agit de la valeur de $P(A \cap B)$ donnée dans l'énoncé



$\boxed{4)\ D}$

$\{A ; \overline{A}\}$ forme un système complet d'événements, donc d'après la formule des probabilités totales : $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = \frac{34}{673} + P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B)$

$$= \frac{34}{673} + \frac{\cancel{505}}{673} \times \frac{33}{\cancel{505}}$$

$$= \frac{67}{673}$$

Puis $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{34}{\cancel{673}}}{\frac{67}{\cancel{673}}} = \frac{34}{67}$

$\boxed{5)\ A}$

La probabilité qu'un nombre tiré de la liste ne soit pas un multiple de 4 est $P(\overline{A}) = \frac{505}{673}$

Comme on effectue 10 tirages avec remise, la probabilité qu'aucun des 10 nombres tirés ne soit un multiple de 4 est : $\left(P(\overline{A})\right)^{10} = \left(\frac{505}{673}\right)^{10}$