Ex 1 :

$\boxed{1)\ \text{C}}$

$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - 2x - 1) . e^x$

La fct f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fcts dérivables sur $\mathbb{R}$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = (2x - 2) . e^x + (x^2 - 2x - 1) . e^x$$
$$= (x^2 - 3) . e^x$$
$$\neq (2x - 2) . e^x \qquad \text{qui élimine la réponse A}$$

Comme $\forall x \in \mathbb{R}, \ e^x > 0$, alors f' est du signe de $x^2 - 3$ sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	2		$+\infty$
$x^2 - 3$		$+$	0	$-$	0		$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$			$\nearrow$	

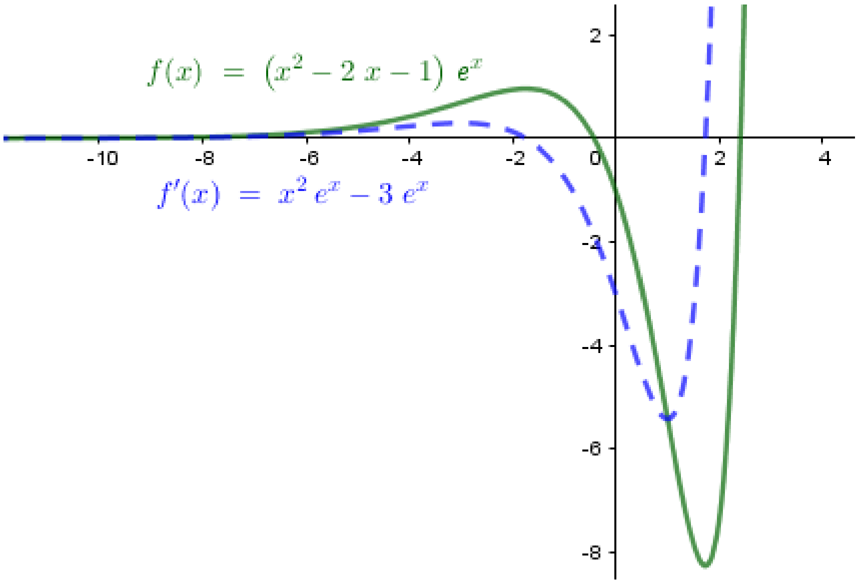
f n'est pas monotone sur $]-\infty ; 2]$, ce qui élimine la réponse B

Puis $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 - 2x - 1) . e^x$ est une FI du type " $0 \times \infty$ "

Or $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - 2x - 1) . e^x = x^2 . e^x - 2x . e^x - e^x$

On a $\begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 . e^x = 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} x . e^x = 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0 \end{cases}$ th. des croissances comparées

Par opération sur les limites, on a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0 \quad \Rightarrow$ réponse C



2) C

$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \dfrac{3}{5 + e^x}$

On a $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ d'où par somme : $\lim\limits_{x \to +\infty} 5 + e^x = +\infty$

puis par quotient : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3}{5 + e^x} = 0^+$

Donc $(O, \vec{\imath})$ est asymptote horizontale de $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$

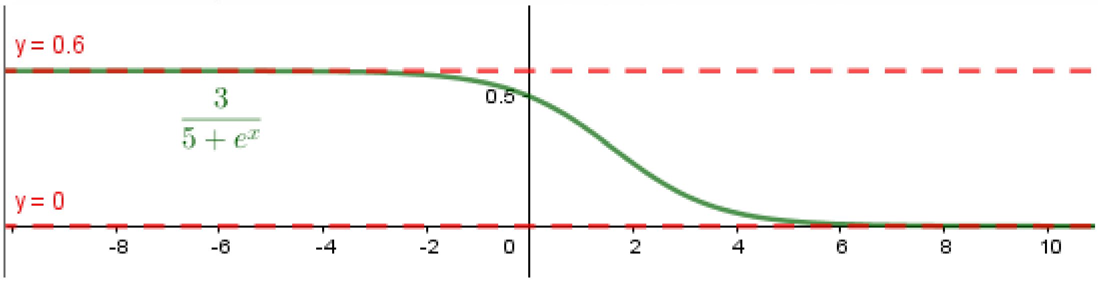
On a $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ d'où par somme : $\lim\limits_{x \to -\infty} 5 + e^x = 5$

puis par quotient : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3}{5 + e^x} = \dfrac{3}{5}$

Donc la droite d'éq. $y = \dfrac{3}{5}$ est asymptote horizontale de $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $-\infty$

Par ailleurs, f est définie sur $\mathbb{R}$ tout entier, et ne possède donc aucun pt de potentielle divergence. Ainsi, $\mathcal{C}_f$ ne possède pas d'asymptote verticale.

$\Rightarrow$ Réponse C



3) B

f'' est négative sur $[2\,;3]$, ce qui élimine la réponse A

f'' s'annule et change de signe en $-3\,;\,2$ et 5 . Ce sont donc les abscisses des 3 pts d'inflexion de f $\Rightarrow$ réponse B

Par ailleurs, $f'' \geqslant 0$ sur $[0\,;2]$ donc f' est croissante sur cet intervalle.
Ceci élimine la réponse C.

4) A

On a (u_n) définie explicitement par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2 - 17n + 20$

Etudions la fct polynôme du second degré associée à (u_n) sur $\mathbb{R}_+$

$\forall x \in \mathbb{R}_+$, $f(x) = x^2 - 17x + 20$

La fct f est convexe car son coeff. dominant est positif.

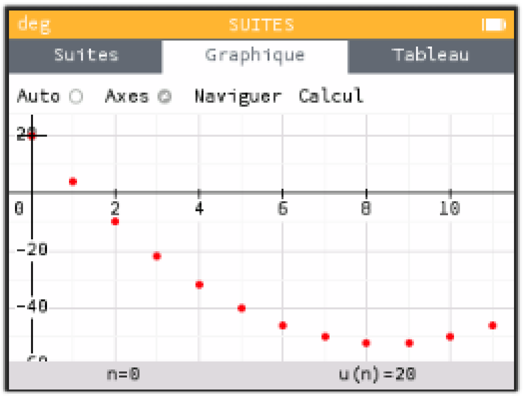
Donc f admet un minimum $f(\alpha)$ atteint en $\alpha = \dfrac{-(-17)}{2\times 1} = \dfrac{17}{2}$

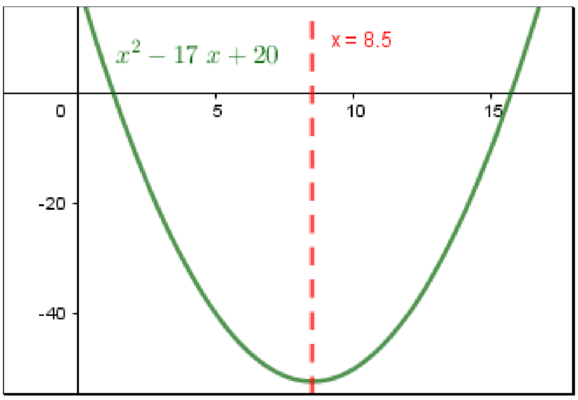
Ainsi, (u_n) est minorée. $\Rightarrow$ réponse A

Comme f est convexe, une rapide étude du trinôme montre que (u_n) n'est pas monotone :

x	0		$\alpha = \frac{17}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	β	$\nearrow$	

Ce qui élimine la réponse B



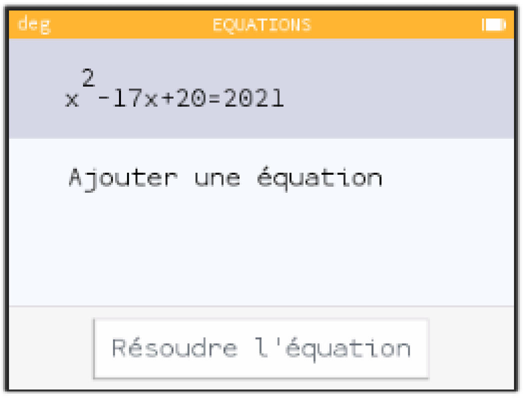


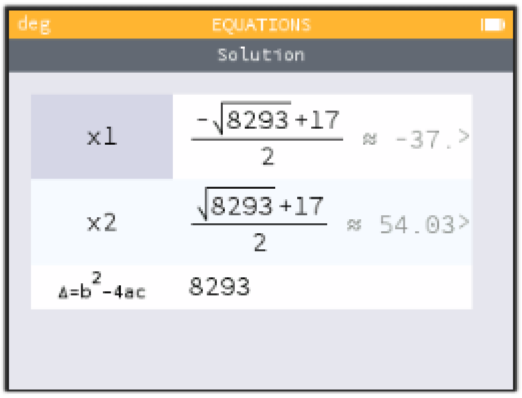
En entrant la suite dans la calculatrice, on peut procéder par balayage en faisant une disjonction de cas selon les variations de (u_n). On s'aperçoit rapidement que $u_n = 2021$ n'admet pas de solution.

On pourrait éventuellement, pour s'en convaincre, résoudre l'équation :

$$x^2 - 17x + 20 = 2021 \iff x^2 - 17x - 2001 = 0$$

qui admet pour sol. $\begin{cases} x_1 = \dfrac{17-\sqrt{8373}}{2} \notin \mathbb{N} \\ x_2 = \dfrac{17+\sqrt{8373}}{2} \notin \mathbb{N} \end{cases}$ ⇒ ce qui élimine la réponse C

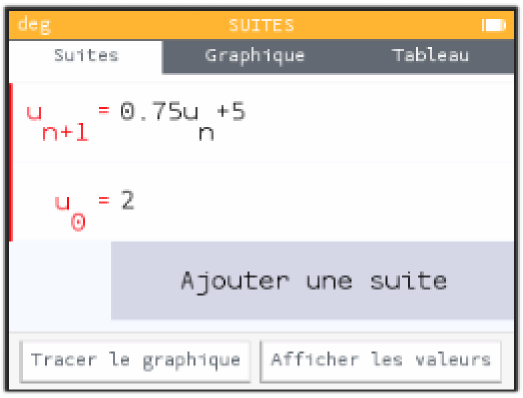


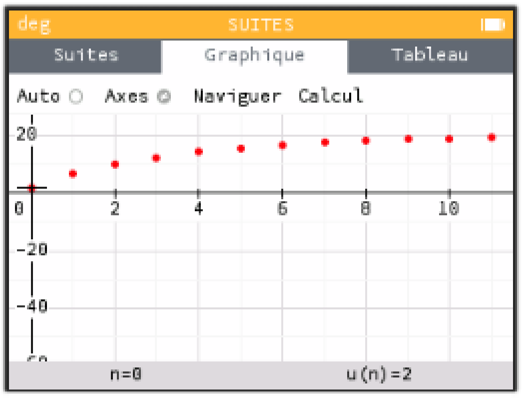


5) A

La boucle "while" tourne tant que $u_n < 45$, donc la fonction renvoie la plus petite valeur de n tq $u_n \geqslant 45$

Pour information, la valeur « 45 » n'est pas très bien choisie, car une étude assez simple de la suite permet de démontrer que (u_n) est majorée par 20. Ainsi, le programme va tourner indéfiniment…





Ex 2 :

1) Dans le R.O.N. $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AI})$, on a :

$A\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$; $C\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$; $D\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ et $L\begin{pmatrix}0\\1\\3/2\end{pmatrix}$

Comme K est milieu de [DC], on a : $\begin{cases} x_K = \dfrac{x_C + x_D}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y_K = \dfrac{y_C + y_D}{2} = 1 \\ z_K = \dfrac{z_C + z_D}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow K\begin{pmatrix}1/2\\1\\0\end{pmatrix}$

Puis $\boxed{\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}1/2\\1\\0\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AL}\begin{pmatrix}0\\1\\3/2\end{pmatrix}}$

2) a) On a $\vec{n}\begin{pmatrix}6\\-3\\2\end{pmatrix}$. Dans le R.O.N. :

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AK} = 6 \times \frac{1}{2} + (-3) \times 1 + 2 \times 0 = 3 - 3 + 0 = 0 \quad \text{donc } \vec{n} \perp \overrightarrow{AK} \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AL} = 6 \times 0 + (-3) \times 1 + 2 \times \frac{3}{2} = 0 - 3 + 3 = 0 \quad \text{donc } \vec{n} \perp \overrightarrow{AL} \end{cases}$$

$\vec{n}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{AL}$ non colinéaires qui dirigent le plan (AKL), donc $\boxed{\vec{n} \text{ est normal au plan (AKL)}}$

b) $\vec{n}\begin{pmatrix}6\\-3\\2\end{pmatrix}$ est normal au plan (AKL), donc (AKL) a une équation cartésienne de la forme : $6x - 3y + 2z + d = 0$

Puis $A\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} \in (AKL)$ donc $6x_A - 3y_A + 2z_A + d = 0$

$\Leftrightarrow 0 + 0 + 0 + d = 0$

$\Leftrightarrow d = 0$

D'où $\boxed{(AKL) : \ 6x - 3y + 2z = 0}$

c) $\Delta \perp (AKL)$ donc $\vec{n}\begin{pmatrix}6\\-3\\2\end{pmatrix}$ normal à (AKL) est directeur de Δ

De plus, Δ passe par $D\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$.

Donc on peut donner une représentation paramétrique pour Δ :

$$\boxed{\Delta : \begin{cases} x = 6t \\ y = -3t+1 \\ z = 2t \end{cases} \quad , t \in \mathbb{R}}$$

⚠ Ne pas oublier

d) N est le projeté orthogonal du pt D sur (AKL), donc N est l'intersection de Δ et de (AKL), vérifiant le système :

$$\begin{cases} 6x_N - 3y_N + 2z_N = 0 \\ x_N = 6t_N \\ y_N = -3t_N + 1 \\ z_N = 2t_N \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6 \times 6t_N - 3(-3t_N+1) + 2 \times 2t_N = 0$$

$$\Rightarrow 36t_N + 9t_N - 3 + 4t_N = 0$$

$$\Rightarrow 49t_N = 3$$

$$\Rightarrow t_N = \frac{3}{49}$$

Puis $\begin{cases} x_N = 6t_N = 6 \times \frac{3}{49} = \frac{18}{49} \\ y_N = -3t_N + 1 = -3 \times \frac{3}{49} + \frac{49}{49} = \frac{40}{49} \\ z_N = 2t_N = 2 \times \frac{3}{49} = \frac{6}{49} \end{cases} \Rightarrow \boxed{N\begin{pmatrix}18/49\\40/49\\6/49\end{pmatrix}}$

Rem : Au lieu de résoudre le système, comme les coordonnées de N sont données dans l'énoncé, on pouvait simplement s'assurer que ses coordonnées vérifient l'éq. cartésienne de (AKL) et la représentation paramétrique de Δ, i.e. que $N \in (AKL)$ et $N \in \Delta$.

3)

ⓐ ABCD est un carré $(A ; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AI})$ est orthonormé

Dans le triangle ADK est rectangle en D

D'où $\mathcal{A}_{ADK} = \dfrac{AD \times DK}{2} = \dfrac{1 \times \frac{1}{2}}{2} = \dfrac{1}{4}$ u.a.

Puis comme $(DH) \perp (ADK)$ et $L \in (DH)$, on a :

$V_{ADKL} = \dfrac{1}{3} \cdot \mathcal{A}_{ADK} \cdot DL = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{4} \times DL = \dfrac{1}{12} \cdot DL$

Comme $(DL) \,//\, (AI)$, on lit directement la distance DL avec la 3ᵉ coordonnées du pt L dans le R.O.N. $(A ; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AI})$: $DL = \dfrac{3}{2}$ u.l.

<u>Rem :</u> On peut éventuellement calculer $\|\vec{DL}\|$

D'où $V_{ADKL} = \dfrac{1}{12} \cdot DL = \dfrac{1}{\cancel{12}_{4}} \times \dfrac{\cancel{3}^{1}}{2} = \boxed{\dfrac{1}{8}}$ u.v.

ⓑ Comme $N\begin{pmatrix} 18/49 \\ 40/49 \\ 6/49 \end{pmatrix}$ est le projeté orthogonal de $D\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sur (AKL), on a :

$$\begin{aligned}
\text{dist}\left(D ; (AKL)\right) = DN = \|\vec{DN}\| &= \sqrt{\vec{DN}^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{18}{49}\right)^2 + \left(\frac{40}{49} - 1\right)^2 + \left(\frac{6}{49}\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{18^2 + (-9)^2 + 6^2}{49^2}} \\
&= \frac{\sqrt{324 + 81 + 36}}{49} \\
&= \frac{\sqrt{441}}{49} \\
&= \frac{21}{49} \\
&= \boxed{\frac{3}{7}} \quad \text{u.l.}
\end{aligned}$$

c) En choisissant pour base le triangle AKL et pour hauteur [DN], on a :

$$\mathcal{V}_{ADKL} = \frac{1}{3} \cdot \mathcal{A}_{AKL} \cdot DN$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{A}_{AKL} = \frac{3 \cdot \mathcal{V}_{ADKL}}{DN} = \frac{3 \times \frac{1}{8}}{\frac{3}{7}} = \cancel{3} \times \frac{1}{8} \times \frac{7}{\cancel{3}} = \boxed{\frac{7}{8}} \text{ u.a.}$$

Ex 3 :

1) L'ordre n'a pas d'importance (peu importe qu'une case soit choisie en premier ou en dernier) et la remise n'est pas autorisée (un coeur ne peut être associé qu'à une case). Il s'agit donc d'une combinaison de 3 éléments parmi 9.

Il y a donc $\binom{9}{3} = \frac{9!}{3!\,(9-3)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 8 \times 6!} = \boxed{84 \text{ possibilités}}$

2) Pour que le ticket soit gagnant, il y a :

-> 3 possibilités pour les lignes
-> 3 possibilités pour les colonnes
-> 2 possibilités pour les diagonales

=> 8 possibilités au total

La probabilité qu'un ticket soit gagnant est donc égale à :

$$\frac{\text{nb de combinaisons gagnantes}}{\text{nb total de combinaisons possibles}} = \frac{8}{84} = \frac{4 \times 2}{4 \times 21} = \boxed{\frac{2}{21}}$$

3) Appelons G la variable aléatoire associée au gain algébrique du joueur et donnons sa loi de probabilité.

Si le joueur gagne, $G = \underbrace{5}_{\text{gain}} - \underbrace{1}_{\text{mise}} = 4$ (€) et on a vu que $P(G=4) = \frac{2}{21}$

Si le joueur perd, $G = 0 - 1 = -1$ (€) et on a $P(G=-1) = 1 - P(G=4) = \frac{19}{21}$

g_i	-1	4
$P(G=g_i)$	$\frac{19}{21}$	$\frac{2}{21}$

Puis $E(G) = -1 \times \frac{19}{21} + 4 \times \frac{2}{21} = \frac{-11}{21}$

On a $E(G) < 0$ donc $\boxed{\text{le jeu est défavorable au joueur.}}$

4) ⓐ On répète 20 fois de manière identique et indépendante l'expérience de Bernoulli dont la probabilité du succès "le ticket est gagnant" est égale à $\frac{2}{21}$. Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = \frac{2}{21}$. $\boxed{X \sim \mathcal{B}\left(20 ; \frac{2}{21}\right)}$

ⓑ $P(X=5) = \binom{20}{5} \times \left(\frac{2}{21}\right)^5 \times \left(1 - \frac{2}{21}\right)^{20-5} = \binom{20}{5} \times \left(\frac{2}{21}\right)^5 \times \left(\frac{19}{21}\right)^{15} \boxed{\simeq 0,027}$

(à 10^{-3} près)

ⓒ $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X=0)$

$= 1 - \binom{20}{0} \times \left(\frac{2}{21}\right)^0 \times \left(1 - \frac{2}{21}\right)^{20-0}$

$= 1 - 1 \times 1 \times \left(\frac{19}{21}\right)^{20}$

$\boxed{\simeq 0,865}$ à 10^{-3} près

Interprétation :

La probabilité que le joueur ait au moins un ticket gagnant parmi les 20 achetés est d'environ 0,865 (à 10^{-3} près).

Ex A :

⇒ Partie I

1) $\forall n \in \mathbb{N}, \; u_{n+1} = u_n + 0{,}05\,(20 - u_n)$ et $u_0 = 1$

On a alors $u_1 = u_0 + 0{,}05\,(20 - u_0) = 1 + 0{,}05\,(20-1) = 1 + 0{,}05 \times 19 = \boxed{1{,}95}$

2) ⓐ $\forall n \in \mathbb{N}, \; u_{n+1} = u_n + 0{,}05\,(20 - u_n) = u_n + 0{,}05 \times 20 - 0{,}05 . u_n = \boxed{0{,}95\,u_n + 1}$

ⓑ On pose : $\forall n \in \mathbb{N}, \; v_n = 20 - u_n$

On a alors : $\forall n \in \mathbb{N}, \; v_{n+1} = 20 - u_{n+1} = 20 - (0{,}95 . u_n + 1)$

$$= 19 - 0{,}95 . u_n$$
$$= 0{,}95 \times 20 - 0{,}95 \times u_n$$
$$= 0{,}95\,(20 - u_n)$$
$$= 0{,}95 . v_n$$

Donc (v_n) est géométrique de raison $q = 0{,}95$ et de premier terme $v_0 = 20 - u_0 = 20 - 1 = 19$

ⓒ D'après la question précédente, on peut écrire que :

$\forall n \in \mathbb{N}, \; v_n = v_0 . q^n = 19 \times (0{,}95)^n$

Puis on a : $\forall n \in \mathbb{N}, \; v_n = 20 - u_n \iff u_n = 20 - v_n$

$\iff \boxed{u_n = 20 - 19 \times (0{,}95)^n}$

3) on a $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$ si $|q| < 1$, donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}95^n = 0$

Par produit, on obtient : $\lim\limits_{n \to +\infty} 19 \times 0{,}95^n = 0$

Puis par somme : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty} (20 - 19 \times 0{,}95^n) = \boxed{20}$

⇒ Partie II

On a (E) : $y' = 0{,}05(20-y)$ et $\forall t \in \mathbb{R}_+$, $L(t) = 20 - 19e^{-0{,}05t}$

1) La fct L est dérivable sur $\mathbb{R}_+$ comme composée et somme de fcts dérivables sur $\mathbb{R}_+$

$\forall t \in \mathbb{R}_+$, $L'(t) = -19 \times (-0{,}05)e^{-0{,}05t} = 0{,}95e^{-0{,}05t}$

Puis $\forall t \in \mathbb{R}_+$, $0{,}05(20 - L(t)) = 0{,}05(20 - (20 - 19e^{-0{,}05t}))$

$$= 0{,}05 \times 19e^{-0{,}05t}$$
$$= 0{,}95e^{-0{,}05t}$$
$$= L'(t)$$

Donc $\boxed{L \text{ est sol. de } (E)}$

De plus, $L(0) = 20 - 19.e^{-0{,}05\times 0} = 20 - 19 \times e^0 = 20 - 19 = \boxed{1}$

2) ⓐ $L'(0) = 0{,}95 \times e^{-0{,}05\times 0} = 0{,}95 \times e^0 = 0{,}95$

$L'(5) = 0{,}95 \times e^{-0{,}05\times 5} = 0{,}95 \times e^{-0{,}25} \simeq 0{,}74$ (à 10^{-2} près)

Donc $\boxed{L'(0) > L'(5)}$

Rem : On pouvait aussi montrer que $L'' < 0$ sur $\mathbb{R}_+$ et donc que L' est strict. décroissante sur $\mathbb{R}_+$

ⓑ On a $\lim\limits_{t\to+\infty} -0{,}05t = -\infty$ puis par composition, $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-0{,}05t} = 0$

Par produit, on obtient : $\boxed{\lim\limits_{t\to+\infty} L'(t) = 0}$

Ce résultat est cohérent avec la description du modèle car la vitesse de croissance va diminuer jusqu'à tendre vers 0, le bambou atteignant alors la taille maximale de 20 m. On peut également remarquer que $\lim\limits_{t\to+\infty} L(t) = 20$ et $L(0) = 1$, en cohérence avec la taille maximale et la taille initiale du bambou.

Ex B :

=> Partie I :

1) La formule dans la cellule B3 est : $\boxed{= B2 - LN(B2 - 1)}$

2) Conjecture : Il semble que (u_n) soit (strictement) décroissante et converge vers 2.

=> Partie II : $\forall x \in]1 ; +\infty[$, $f(x) = x - \ln(x-1)$

1) On a : $\lim\limits_{x \to 1^+} x - 1 = 0^+$ puis par composition : $\lim\limits_{x \to 1^+} \ln(x-1) = -\infty$

Par produit, on a : $\lim\limits_{x \to 1^+} -\ln(x-1) = +\infty$

Puis par somme : $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \left(x - \ln(x-1)\right) = \boxed{+\infty}$

On rappelle que l'on admet dans l'énoncé que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) ⓐ La fct f est dérivable sur $]1 ; +\infty[$ car $x \mapsto x-1$ est dérivable et strictement positif sur $]1 ; +\infty[$

$\forall x \in]1 ; +\infty[$, $f'(x) = 1 - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1-1}{x-1} = \boxed{\frac{x-2}{x-1}}$

x	1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	
$x-1$	‖		$+$		
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

$f(2) = 2 - \ln(2-1) = 2 - \ln 1 = 2 - 0 = 2$

ⓒ D'après la question précédente, on a $f(2) = 2$ et f est strictement croissante sur $[2 ; +\infty[$. Donc $\boxed{\forall x \geqslant 2,\ f(x) \geqslant 2}$

$\Rightarrow$ Partie III   on a : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_0 = 10$

1) Démontrons par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \geqslant 2$ $\mathcal{P}(n)$

Initialisation : Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10 \geqslant 2$ $\Rightarrow$ $\mathcal{P}(0)$ vraie

Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $u_n \geqslant 2$ et montrons que $u_{n+1} \geqslant 2$

Nous avons vu dans la partie II que f est strict. croissante sur $[2 ; +\infty[$

Donc $\underset{HR}{u_n \geqslant 2} \Rightarrow f(u_n) \geqslant f(2) \Rightarrow u_{n+1} \geqslant 2$

$\Rightarrow \mathcal{P}(n+1)$ vraie

Conclusion :

$\mathcal{P}(n)$ vraie pour $n = 0$ et héréditaire à partir de ce rang, donc d'après le principe de récurrence : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \geqslant 2}$

2) $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = \cancel{u_n} - \ln(u_n - 1) - \cancel{u_n} = -\ln(u_n - 1)$

Or d'après la question précédente :

$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \geqslant 2 \Rightarrow u_n - 1 \geqslant 1 \Rightarrow \ln(u_n - 1) \geqslant 0$

$\Rightarrow -\ln(u_n - 1) \leqslant 0$

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n \leqslant 0$

Donc $\boxed{(u_n) \text{ est décroissante.}}$

3) D'après les deux questions précédentes :

$$\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N},\ u_n \geqslant 2 \quad \text{donc } (u_n) \text{ est minorée par } 2 \\ (u_n) \text{ est décroissante sur } \mathbb{N} \end{cases}$$

D'après le théorème de la convergence monotone, on en déduit que

$\boxed{(u_n) \text{ converge}}$ vers une limite réelle $\ell \geqslant 2$

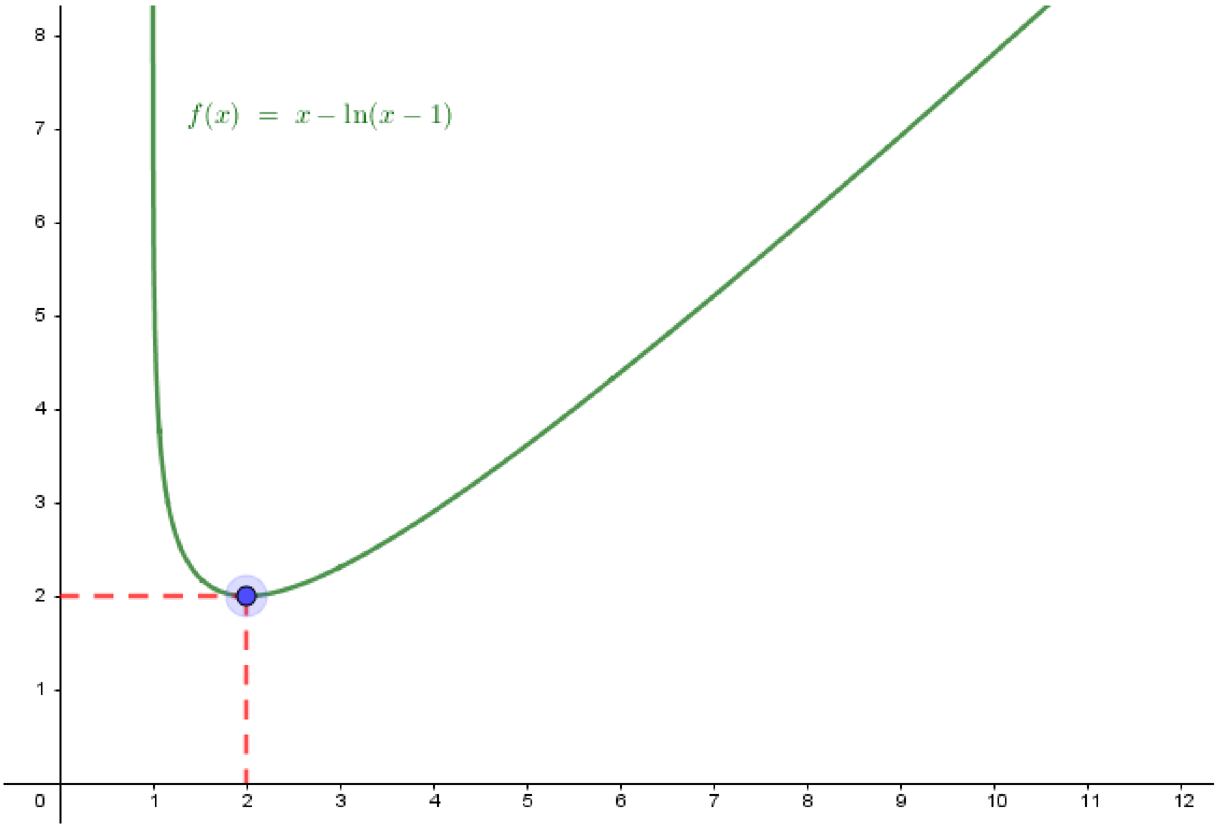
4) On admet dans l'énoncé que $f(\ell) = \ell$

Pour rappel, cette égalité découle de l'unicité de la limite d'une suite convergente, cas particulier du théorème du pt fixe :

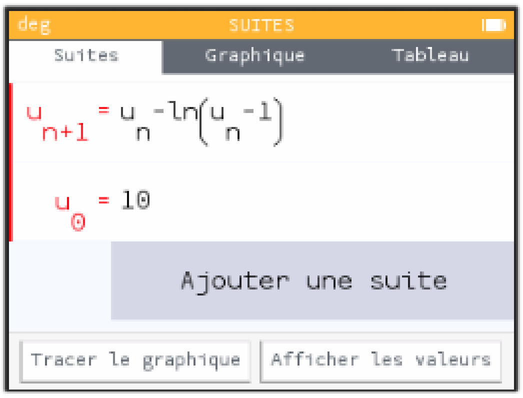
$$\begin{aligned} \lim_{n \to +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \to +\infty} u_n \quad & \Leftrightarrow \lim_{n \to +\infty} f(u_n) = \lim_{n \to +\infty} u_n \\ & \Leftrightarrow f(\ell) = \ell \\ & \Leftrightarrow \cancel{\ell} - \ln(\ell - 1) = \cancel{\ell} \\ & \Leftrightarrow -\ln(\ell - 1) = 0 \\ & \Leftrightarrow \ln(\ell - 1) = 0 \\ & \Leftrightarrow \ell - 1 = e^0 \quad \text{composition par la fct exp} \\ & \Leftrightarrow \ell - 1 = 1 \\ & \Leftrightarrow \ell = 2 \end{aligned}$$

D'où $\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 2}$

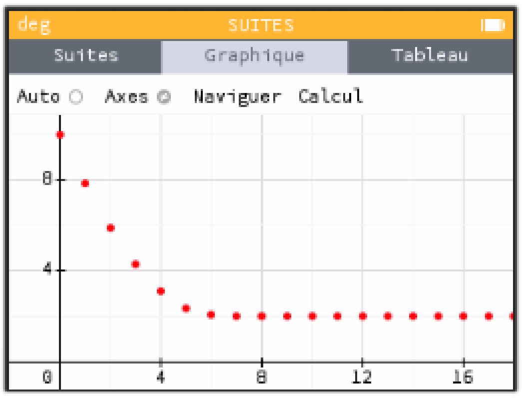
<u>Rem :</u> Nous avons démontré dans cette partie III la conjecture proposée dans la partie I.



$f(x) = x - \ln(x-1)$



deg
SUITES
Suites
Graphique
Tableau
$u_{n+1} = u_n - \ln(u_n - 1)$
$u_0 = 10$
Ajouter une suite
Tracer le graphique
Afficher les valeurs



deg
SUITES
Suites
Graphique
Tableau
Auto
Axes
Naviguer
Calcul