

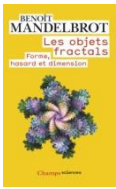
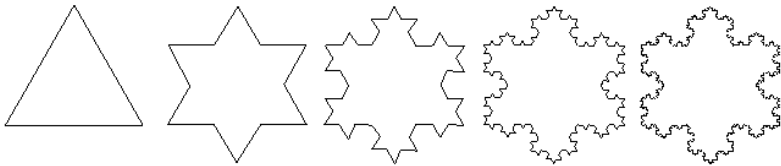


Fiche Grand Oral	Suites-Fonctions- Géométrie	FRACTALES	T ^{ale}
<p>Le mathématicien franco-américain Benoit Mandelbrot introduit la notion d'Object fractal au début des années 1970, avec comme objectif de montrer que certains phénomènes ayant une apparence erratique, possèdent en fait une structure mathématique interne.</p> <p><i>“Les nuages ne sont pas des sphères, les montagnes ne sont pas des cônes, les éclairs ne se déplacent pas en ligne droite. La nouvelle géométrie donne de l'univers une image anguleuse et non arrondie, rugueuse et non lisse. C'est une géométrie du grêlé, du criblé, du disloqué, du tordu, de l'enchevêtré, de l'entrelacé.”</i> Benoit Mandelbrot</p> <p>Le terme fractal vient du latin <i>fractus</i> (irrégulier, brisé) et c'est en étudiant la côte de Bretagne et en la découpant en petites lignes, qu'il a justement introduit cette nouvelle notion.</p> <p>Les fractales sont l'occasion de travailler sur des figures dont les propriétés pourraient sembler contradictoire : par exemple une aire finie pour un périmètre infini.</p> <p>Biographie de Mandelbrot : https://www.bibmath.net/bios/index.php?action=affiche&quoi=mandelbrot http://serge.mehl.free.fr/chrono/Mandelbrot.html http://framy.free.fr/fractale.htm (avec historique sur les fractales)</p>			
			

<p>Pour maîtriser le sujet :</p> <p>Littérature : Les Objets fractals: FORME, HASARD ET DIMENSION Broché</p> <p>Sites : https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/detentes/les-fractales http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Suite/Fractal.htm#top</p> <p>Illustration de la majorité des fractales : https://mathcurve.com/fractals/fractals.shtml</p>	
---	---

<p>La courbe fractale parfaite : Le flocon de Koch</p> <p>Le flocon de neige s'obtient lorsque la figure initiale est un triangle équilatéral.</p> <p>Puis centré sur chaque côté on redessine un triangle équilatérale puis on recommence...</p>
--

 <p>animation géogebra https://www.geogebra.org/m/dRNSxwxU</p> <p>Programmation NSI : http://math.univ-lyon1.fr/irem/Formation_ISN/formation_recurvite/tortue/vonkoch.html</p> <p>Calculer l'aire et le périmètre du flocon Pistes : Soient F_0 le triangle initial et F_n la figure après n transformations. Noter C_n le nombre de côtés de F_n. Donner un lien entre C_{n+1} et C_n puis en déduire C_n en fonction de n. Déterminer le périmètre P_n de F_n en fonction de n. Noter A_n l'aire de la figure F_n. Poser $V_n = A_{n+1} - A_n$ et montrer que (V_n) est une suite géométrique. Calculer la somme des n premiers termes de (V_n) de deux manières différentes. Faire les limites de (P_n) et (A_n). Conclure.</p> <p>Exercices : http://gregory.briens.pagesperso-orange.fr/Images/TP/TP8-suites-ECE1.pdf</p> <p>Applications :</p> <p>La surface des alvéoles pulmonaires qui sépare l'air du sang dans les poumons est de 140 m² chez l'homme pour un volume très limité...</p> <p>fractales et corps humain : https://lesfractales.weebly.com/corps-humain.html</p> <p>antennes fractales (optimisation réception pour le gain de place) : https://wiki.scienceamusante.net/index.php?title=Antennes_satellites_compactes_et_fractales https://wisemotors.ru/fr/entertainment/fraktalnaya-antenna-dlya-televizora-svoimi-rukami-delaem/</p>
<p>Dimension Fractale : dimension de Hausdorff « plus qu'une courbe et moins qu'une surface » ou « plus qu'une surface et moins qu'un volume »</p> <p>En géométrie euclidienne, les figures ont une dimension entière : 0 pour un point, 1 pour une courbe, 2 pour une surface et 3 pour un volume. En revanche, la dimension pour une fractale peut prendre des valeurs qui ne sont pas des nombres entiers.</p> <p>https://accromath.uqam.ca/2012/01/que-signifie-dimension/</p> <p>Les fractales ont une dimension qui leur est propre, appelée dimension de Hausdorff-Besicovitch appelé communément dimension fractale. Celle-ci se calcule par la formule :</p> $D = \frac{\log(n')}{\log(n)}$ <p>n' désignant le nombre de sous-ensembles obtenus lors du processus de réduction de facteur, rapport d'homothétie $1/n$ (pour le flocon de Koch, $n' = 4$, $n = 3$).</p> <p>https://complexe.jimdo.free.com/les-fractales/d%C3%A9finition/reportages/</p>

Un nombre fractal : φ

Le nombre d'or est dit représenter la « proportion divine », une proportion équilibrée et agréable pour l'œil humain. Ainsi, on retrouve ce nombre d'or dans la nature et dans les arts de façon récurrente.

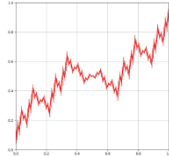
$\varphi^2 = \varphi + 1$ — En divisant par φ
 $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$ — En remplaçant φ par sa valeur
 $\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}}$ — Apparition de la structure fractale de φ
 $\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}$

Fonctions bizarres

Escalier de Cantor -escalier du diable : une fonction dérivable presque partout, sa dérivée vaut presque partout 0, et pourtant $f(0)=0$ et $f(1)=1$!

<https://www.bibmath.net/dico/index.php?action=affiche&quoi=.e/escalierdiab.html>

Fonction réelle d'une variable réelle qui est continue partout, mais dérivable nulle part !



La courbe de Bolzano : On part d'un segment joignant le point (0,0) au point (1,1). On le coupe en trois segments égaux, on fixe les extrémités initiales et on double la pente des deux segments extrêmes, et on transforme le segment intermédiaire afin de garder la continuité. On applique la construction précédente à chacun des trois segments de cette ligne brisée, et ainsi de suite...

Fonction de Weierstrass : https://fr.wikipedia.org/wiki/Fonction_de_Weierstrass

Courbe de Péano avec paramétrisation cartésienne (création de labyrinthe !) :

<https://mathcurve.com/fractals/peano/peano.shtml>

Animations des courbes fractales :

http://math.univ-lyon1.fr/~alachal/diaporamas/diaporama_Lhopital/Lhopital5.html

Dans la nature, la technologie, l'architecture...

Le chou fractal : rejette une grande quantité d'O₂ et absorbe beaucoup de CO₂ (La forme fractale favorise-t-elle la photosynthèse ?)



Le pouvoir d'amortissement :

- Côtes fractales : autolimitation de l'efficacité de l'érosion
- Attaque chimique d'un solide « fractale » par un agent corrosif dont le potentiel chimique s'épuise.
- En acoustique : mur fractal antibruit



Optimisation de l'espace :

- Branches d'un arbre pour optimiser la photosynthèse, développement racinaire.

- Les bronches et les bronchioles des poumons
- Réseau sanguin
- Structure de l'intestin grêle.
- Transformations moléculaires vues dans des coquillages :
Une molécule B et une molécule N telles que $B + N \rightarrow N$,
 $B + B \rightarrow B$ et $N + N \rightarrow B$ (ou additions de 0 et 1 modulo 2 !)



Comprendre la réalité :

- La modélisation des plantes par les L-systèmes
- Modéliser les électroencéphalogrammes pathologiques
- Comprendre certains phénomènes aléatoires (bruits parasites, hydrodynamique...)

Architecture : Construction de Baderne de d'Apollonius

<https://mathcurve.com/fractals/baderne/baderne.shtml>



références :

<http://www.pdbzro.com/gags/math/les%20formes%20fractales%20dans%20la%20nature.pdf>

<https://lesfractales.weebly.com/nature.html>

<https://complexe.iimdo.free.com/les-fractales/o%C3%B9-les-retrouve-t-on/la-nature-fractale-de-l-univers>

http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/viemaths/appli/fractales_antibruit.htm

Théorie du CHAOS : La sensibilité aux conditions initiales

<https://www.youtube.com/watch?v=YrOyRCD7M14>

<http://villemine.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Chaos/Chaos.htm>

Du chaos à l'ordre ? <https://automathssite.wordpress.com/2017/08/22/jeu-du-chaos-et-figures-fractales/>

Un TPE de 1^{ère} : <http://theoriechaos.free.fr/chaos.pdf>