

Mathsapiens.fr



Bac 1^{ère}

Epreuve Anticipée de
Mathématiques

- Spécialité -

Sujet zéro n°2

20 juin 2025

Partie 1

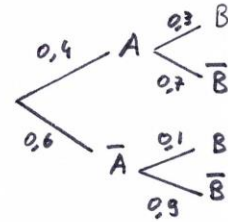
Automatismes – QCM

Automatismes - QCM:

1) A

$\{A; \bar{A}\}$ forme un système complet d'événements
Donc d'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned}
 P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\
 &= P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) \\
 &= 0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,1 \\
 &= 0,12 + 0,06 \\
 &= 0,18
 \end{aligned}$$



2) A

$$P_{\text{final}} = P_{\text{ini}} - 0,3 \cdot P_{\text{ini}} = (1 - 0,3) \cdot P_{\text{ini}} = 0,7 \times 200 = 7 \times 20 = 140 \text{ €}$$

3) B

Le coefficient multiplicateur global c vaut :

$$c = (1+t)(1+t) = (1-0,5)(1+0,5) = 0,5 \times 1,5 = \frac{1,5}{2} = 0,75$$

$$\text{Puis } c = 1 + t_{\text{global}} \Leftrightarrow t_{\text{global}} = c - 1 = 0,75 - 1 = -0,25 = -25\%$$

4) B

$$\text{Proportion d'internes : } p_1 = \frac{1}{4}$$

$$\text{Proportion de filles parmi les internes : } p_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{D'où proportion de filles internes : } p = p_1 \times p_2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

5) D

$$N = \frac{10^7}{5^2} = \frac{(2 \times 5)^7}{5^2} = 2^7 \times 5^7 \times 5^{-2} = 2^7 \times 5^5 = 2^2 \times 2^5 \times 5^5 = 4 \times (2 \times 5)^5 = 4 \times 10^5$$

6) B

RWh	1	x
J	$3,6 \times 10^6$	$7,5 \times 10^6$

← tableau de proportionnalité

D'où $1 \times 7,5 \times 10^6 = 3,6 \times 10^6 \times x$

Puis $x = \frac{7,5}{3,6} = \frac{75}{36} = \frac{25}{12}$

← A privilégier le jour de l'examen

L'ordre de grandeur permet immédiatement de conclure que la réponse B convient.

Mais on peut effectuer le calcul :

$$\begin{array}{r|l} 25 & 12 \\ 10 & 2,08 \\ 100 & \\ 4 & \end{array}$$

Donc $x \approx 2,08$ kWh

7) C

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - (-1)}{2 - 0} = \frac{6}{2} = 3$$

8) C

Considérons l'équation réduite de D : $y = mx + p$

Ici, $p = 0$ car la droite passe par l'origine du repère (fit linéaire). Ceci exclut (b) et (d)

La pente est négative, donc $m < 0$, ce qui exclut (a) car $2x - y \Leftrightarrow y = 2x$

Puis $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - (x+1)^2 + 1 = x^2 - (x^2 + 2x + 1) + 1 = \cancel{x^2} - \cancel{x^2} - 2x - 1 + 1 = -2x$

D'où $y = x^2 - (x+1)^2 + 1 \Leftrightarrow y = -2x$ qui convient.

9) C

$$\text{Soit } x \in \mathbb{R}, \quad x^2 = 10 \quad (\Leftrightarrow) \quad x = \sqrt{10} \text{ ou } x = -\sqrt{10}$$

$$\text{D'où } S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$$

10) A

$$\text{Soit } x \in \mathbb{R}, \quad 3x - 15 \geq 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad 3x \geq 15 \quad (\Leftrightarrow) \quad x \geq 5$$

$$\text{et } x + 2 \geq 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad x \geq -2$$

Les racines de f étant -2 et 5 , on peut exclure les réponses (C) et (D)

Puis:

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	
$3x - 15$		-	0	+	
$x + 2$	-	0	+		
$f(x)$	+	0	-	0	+

(00) On voit que f est un polynôme du second degré concave (coefficient dominant $3 \times 1 = 3 > 0$) qui a pour racines -2 et 5 , ce qui permet de conclure.

11) C

$$(2x + 0,5)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 0,5 + 0,5^2 = 4x^2 + 2x + 0,25$$

12) B

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (\Leftrightarrow) \quad v^2 = a \times R \quad (\Leftrightarrow) \quad v = \sqrt{a \times R} \quad \text{car } v \geq 0$$

Partie 2

Enseignement de spécialité

Ex 1 :

Soit (u_n) : $u_0 = 10\,000$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 1,08 \cdot u_n - 300$

1) u_1 indique le nombre d'habitants de la ville en 2021.

$$\text{Puis } u_1 = 1,08 \times 10\,000 - 300 = 108 \times 100 - 300 = 10800 - 300 = 10\,500$$

Il y aura donc 10 500 habitants dans la ville en 2021 d'après ce modèle.

2) a) $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - 3750$

$$\text{D'où } v_0 = u_0 - 3750 = 10\,000 - 3750 = 6250$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} &= u_{n+1} - 3750 \\ &= 1,08 \times u_n - 300 - 3750 \\ &= 1,08 \times u_n - 4050 \\ &= 1,08 \times u_n - 1,08 \times 3750 \\ &= 1,08 (u_n - 3750) \\ &= 1,08 \cdot v_n \end{aligned}$$

c) On en déduit que (v_n) est géométrique de raison $q = 1,08$

$$\text{d) Ainsi, } \forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \cdot q^n = 6250 \times 1,08^n$$

$$\text{e) On a : } \forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n - 3750 \Leftrightarrow u_n = v_n + 3750$$

$$u_n = 6250 \times 1,08^n + 3750$$

3) On a : $u_{11} < 19\,000$ et $u_{12} > 19\,000$

Donc l'école doit ouvrir en $2020 + 12 = 2032$

Comme la construction dure 2 ans, le chantier de l'école doit débuter en 2030.
(2032 - 2)

Ex 2: $\Rightarrow$ Partie A:

1) a) $\forall x \in [-5; 3], P(x) = 2x^2 + x - 10$

Soit $x \in [-5; 3]$, on a: $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-10) = 1 + 80 = 81$

D'où $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{81}}{2 \times 2} = \frac{-1 - 9}{4} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2} = -2,5 \in [-5; 3]$

et $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{81}}{2 \times 2} = \frac{-1 + 9}{4} = \frac{8}{4} = 2 \in [-5; 3]$

Donc les racines de P sont: $\boxed{\frac{-5}{2} \text{ et } 2}$

b) La question est un peu surprenante car on a envie de répondre immédiatement que l'axe de symétrie de la parabole $y = P(x)$ est la droite d'équation $x = \alpha$ avec $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \times 2} = -\frac{1}{4}$.
 Suivons donc ici les consignes de l'énoncé qui demande de "déduire" le résultat à partir de la question 1.a)

On sait que les deux racines de P sont symétriques par rapport à l'axe de symétrie de la parabole. Cet axe de symétrie est une droite verticale passant par le sommet S. Cette droite a donc

pour équation: $x = x_s$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}(-2,5 + 2)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \times (-0,5)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{1}{4}}$$

- 2) P est convexe (parabole tournée vers le haut) car le coefficient dominant $a=2$ de P est positif. D'où le tableau de signes :

x	-5	-2,5	2	3		
$P(x)$		+	○	-	○	+

⇒ Partie B :

- 1) $f'(2)$ est le coefficient directeur de la tangente τ à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 2. Cette tangente étant horizontale, on a : $f'(2) = 0$

- 2) Il s'agit de l'intervalle sur lequel les tangentes à $\mathcal{C}_f$ ont une pente négative. On lit : $S =]-2,5; 2[$
ouvert car on veut $f'(x) < 0$

- 3) La fonction f est dérivable sur $[-5; 3]$ comme produit de fonctions dérivables sur $[-5; 3]$.

$$\begin{aligned}
 \forall x \in [-5; 3], \quad f'(x) &= (2 \times 4x - 14 + 0) \cdot e^{0,5x} + (4x^2 - 14x + 8) \times 0,5 \cdot e^{0,5x} \\
 &= (8x - 14) \cdot e^{0,5x} + (2x^2 - 7x + 4) \cdot e^{0,5x} \\
 &= (8x - 14 + 2x^2 - 7x + 4) \cdot e^{0,5x} \\
 &= (2x^2 + x - 10) \cdot e^{0,5x} \\
 &= P(x) \times e^{0,5x}
 \end{aligned}$$

4) $\forall x \in [-5; 3], e^{0,5x} > 0$

Donc $f'(x)$ est du signe de $P(x)$ sur $[-5; 3]$

En utilisant le tableau de signes de la question A.2), on obtient:

x	-5	-2,5	2	3	
$e^{0,5x}$			+		
$P(x)$	+	0	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

